



**Research Article / Araştırma Makalesi**

**THE ASSISTANCE OF THE NUMERIC CALCULATIONS FOR ESTIMATION  
OF REQUIRED PARAMETERS OF PHOTOREFRACTIVE CRYSTALS FOR  
TWO CENTER HOLOGRAPHIC RECORDING**

**Mehmet KILIÇ, Rıza DEMİRBILEK\***

*Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Esenler-İSTANBUL*

**Received/Geliş: 08.07.2009 Revised/Düzelme: 08.01.2010 Accepted/Kabul: 18.02.2010**

---

**ABSTRACT**

The dependence of the diffraction efficiency of LiNbO<sub>3</sub> for two center holographic recording (TCHR) on time calculated by implemented computer program is compared with those obtained from the previous experimental results. The applicability of this method to other photorefractive crystals was shown in the Strontium Barium Niobate (SBN) sample. It is assumed that with the assistance of this program some unknown parameters of the photorefractive crystals can be determined by means of fitting the experimental results for TCHR.

**Keywords:** Two center holographic recording, LiNbO<sub>3</sub>, SBN.

**PACS numbers/numaraları:** 42.70.Ln, 42.40.Lx, 42.40.Ht.

**FOTOKIRICI KRİSTALERDE ÇİFT MERKEZE DAYALI HOLOGRAFİK KAYIT İÇİN GEREKLİ  
OLAN KRİSTAL PARAMETRELERİNİN ELDE EDİLMESİNDE NÜMERİK HESAP YARDIMI**

**ÖZET**

Lityum Niobat (LiNbO<sub>3</sub>) kristalinin çift merkeze dayalı holografik kayıt (ÇMHK) yönteminde kırınım verimliliğinin zamana bağlı değişimi, hazırlanan bir program aracılığıyla sayısal olarak hesaplanıp daha önce yapılmış deneysel sonuçlarla karşılaştırma yapılmıştır. Bu yöntemin diğer fotokırıcı kristallere de uygulanabileceği Stronsiyum Barium Niobat (SBN) örneğinde görülmüştür. Bu program kullanılarak, fotokırıcı kristallerin bilinmeyen bazı parametrelerinin, ölçülmüş deneysel sonuçlarla uyumlandırılması ile belirlenebileceği öngörülmektedir.

**Anahtar Sözcükler:** Çift merkeze dayalı holografik kayıt, LiNbO<sub>3</sub>, SBN.

---

**1. GİRİŞ**

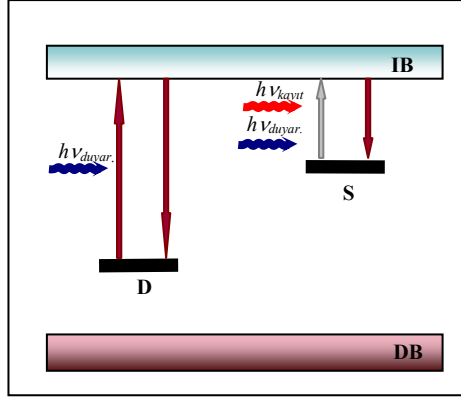
Optik bilgi depolama yöntemlerinden biri olan holografik bilgi depolama, küçük hacimli kayıt malzemesine büyük miktarda bilgi kaydının yapılabilmesi, hızlı veri transferi, kaydedilmiş olan bilginin uzun süre saklanabilmesi gibi avantajlarından dolayı birçok araştırmanın konusu olmuştur. [1-7]. Ancak kaydedilmiş bir hologramdan bilgi okunurken, hologramın homojen referans ışığı ile aydınlatılması gerekliliği, kaydedilmiş bilginin silinmesi problemini ortaya çıkarır. Bu problemin aşılmasında bazı yöntemler geliştirilmiştir. Termal sabitleme [8], elektriksel

---

\*Corresponding Author/Sorumlu Yazar: e-mail/e-ileti: ridemir@yildiz.edu.tr, tel: (212) 383 42 86

sabitlenme [9], iki adımlı kayıt ve çift merkeze dayalı holografik kayıt [2,3] bunlardan başlıcalarıdır.

Çift merkeze dayalı holografik kayıt yönteminde, elektronlar UV ışık (yüksek enerjili foton) yardımı ile derin seviyelerden iletkenlik bandına ve buradan sığ seviyelere dağılır. Kırmızı (düşük enerjili foton) kayıt ışığı kullanılarak sığ seviyede bulunan bu elektronlarla her iki seviyeyi (derin ve sığ) kapsayan hologram kaydı yapılır (Şekil 1). Daha sonra kırmızı ışık ile okuma yapıldığında derin seviyeler etkilenmeyeceği için kaydedilen sinyalin bir kısmı silinmeden kalacaktır. Böylece holografik olarak kaydedilmiş bilgi istenildiği kadar kaybolmadan kullanılacaktır.



Şekil 1. IB, iletkenlik bandı; DB, değerlik bandı; D, derin seviyeler (örn.  $\text{LiNbO}_3:\text{Mn}^{2+/3+}$ ); S, sığ seviyeler (örn.  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}^{2+/3+}$ ).

ÇMHK yöntemi, çift iyon katkılı  $\text{LiNbO}_3$  kristali için deneysel olarak Adibi ve arkadaşları [3] tarafından başarı ile gerçekleştirilmiştir. Adı geçen araştırmacılar, deneysel gözlemler ve nümerik hesap yardımıyla Fe ve Mn katkılı  $\text{LiNbO}_3$  kristalinin bilinmeyen parametrelerinin hesabını yaparak bu kristalde ÇMHK işleminin, katkı iyonlarının konsantrasyonuna, tavlama ve duyarlılaştırma dalga boyuna bağlılığını incelemişler ve gerekli optimizasyon işlemlerini yapmışlardır [3].

SBN kristalinin elektrooptik katsayı değerinin büyük olması nedeniyle fotokırıcılığı,  $\text{LiNbO}_3$  kristaline göre daha yüksektir ( $r_{13,\text{LN}}=10,9 \times 10^{-12}$  m/V,  $r_{13,\text{SBN}}=47 \times 10^{-12}$  m/V). Bu nedenle, ÇMHK yöntemi için SBN kristalinde daha hızlı kayıt yapılabileceği düşünülerek, Demirbilek ve arkadaşları tarafından bu kristal incelenmiş, ancak  $\text{LiNbO}_3$  kristalindeki gibi bir sonuç alınamamıştır [10].

Bir kristalde ÇMHK yönteminin hangi koşullarda işleyebileceğinin anlaşılması, bu yöntemde hangi parametrelerin ne kadar rol oynadığının bilinmesi ile cevaplanabilir. Bunu test etmenin yollarından biri, dikkate alınan kristal için benzeşim yaparak parametrelerin değişimine bağlılığını incelemektir.

Bu çalışmada ÇMHK yönteminin denklem sistemi gözden geçirilmiş ve bu yöntemde fotokırıcı kristaller için nümerik sonuçlar verebilecek bir matlab® kodlaması hazırlanmıştır. Hazırlanan kodlamanın doğru çalıştığı Fe ve Mn katkılı  $\text{LiNbO}_3$  kristalinin deneysel sonuçları ile karşılaştırılarak kontrol edilmiş ve bunun diğer fotokırıcı kristallere uygulanabileceği SBN örneğinde gösterilmiştir.

## 2. YÖNTEM

ÇMHK yönteminin kuramsal modellemesinde, iletim bandındaki elektron yoğunluğu, derin ve sıg seviyelerdeki elektron yoğunluğu, akım yoğunluğu ve elektrik alan, bilinmesi gereken parametreler olarak sıralanabilir. Bu parametrelerin elde edilmesi için aşağıda sıralanan eşitliklerin [3] nümerik olarak çözülmesi gerekmektedir.

$$\frac{\partial N_D^-}{\partial t} = -[q_{D,K} s_{D,K} I_K + q_{D,UV} s_{D,UV} I_{UV}] N_D^- + \gamma_D n (N_D - N_D^-) \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_S^-}{\partial t} = -[q_{S,K} s_{S,K} I_K + q_{S,UV} s_{S,UV} I_{UV}] N_S^- + \gamma_S n (N_S - N_S^-) \quad (2)$$

$$\frac{\partial j}{\partial x} = -e \left( \frac{dN_D^-}{dt} + \frac{dN_S^-}{dt} + \frac{dn}{dt} \right) \quad (3)$$

$$j = e \mu n E + k_B T \mu \frac{\partial n}{\partial x} + (\kappa_{S,K} I_K + \kappa_{S,UV} I_{UV}) N_S^- + (\kappa_{D,K} I_K + \kappa_{D,UV} I_{UV}) N_D^- \quad (4)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0} = -\frac{e}{\epsilon \epsilon_0} (N_S^- + N_D^- + n - N_A) \quad (5)$$

Burada ilk iki eşitlik derin (D) ve sıg (S) seviyeler için oran denklemleridir. (1) denkleminde ilk ifadede,  $N_D^- D^{2+}$  konsantrasyonu,  $I_K$  ve  $I_{UV}$  sırasıyla kullanılan kırmızı ve UV ışığın şiddetleri,  $q_{D,K} s_{D,K}$  ve  $q_{D,UV} s_{D,UV}$  kırmızı ve UV ışığı altında  $D^{2+}$  için foton soğurma ve elektronların  $D^{2+}$  seviyesinden iletkenlik bandına uyarılma etki kesiti olmak üzere derin seviyeli tuzaktan çıkan elektron sayısını göstermektedir. (1) denklemindeki ikinci ifadede ise,  $\gamma_D$  elektron rekombinasyon katsayısı,  $n$  iletkenlik bandındaki serbest elektron yoğunluğu ve  $N_D$  toplam D konsantrasyonu olmak üzere derin seviyeli tuzağa giren elektron sayısını göstermektedir. Benzer ifadeler (2) denkleminde sıg seviyeli durumlar için kullanılmıştır. Üçüncü eşitlik akım süreklilik denklemi, dördüncü eşitlik sırasıyla sürüklenme, difüzyon ve hacimsel fotovoltaiik akımlarının toplamından oluşan akım denklemdir. Ayrıca,  $\mu$  elektron mobilitesini,  $E$  elektrik alanını,  $k_B$  Boltzmann sabitini,  $T$  sıcaklığı ve  $\kappa$  sıg ve derin seviyeler için kırmızı ve UV ışık altındaki hacimsel fotovoltaiik katsayısını göstermektedir. (5) numaralı eşitlik ise yük yoğunluğu ile elektrik alan ilişkisini betimleyen Poisson denklemdir.

Sistemi oluşturan bu kısmi diferansiyel denklemler (Denk.1-5), hem konumun hem de zamanın fonksiyonudurlar. Bu haliyle çözümü zor olan bu denklemlerin çözümünü kolaylaştırmak amacıyla bazı yaklaşımlar yapılmıştır. Öncelikle duyarlılaştırma ışığı şiddetinin homojen olması, kayıt ışığı şiddetinin ise bir boyutlu sinüsel bir değişime sahip olması deneysel koşullarla sağlanır, dolayısıyla hesaplamalarda bu şekilde ele alınabilir.

$$I_k = I_{k,0} (1 + m \cos(Kx)) \quad (6)$$

Bu denkleminde  $K$ , kayıt deseni örgüsü vektörünün büyüklüğü,  $m$  ise kayıt şiddet deseninin modülasyon derinliğidir.

Bu denklemin sistemi her bir giriş setine karşılık bir çıktı seti verir. Böyle bir sistem için periyodik bir girdi seti aynı periyotlu bir çıktı seti verecektir [11, 3].

Bu özelliği ile bu karmaşık denklemin sistemi, Fourier dönüşümü yapılarak çözümü kolaylaştırma yoluna gidilmiştir [11].

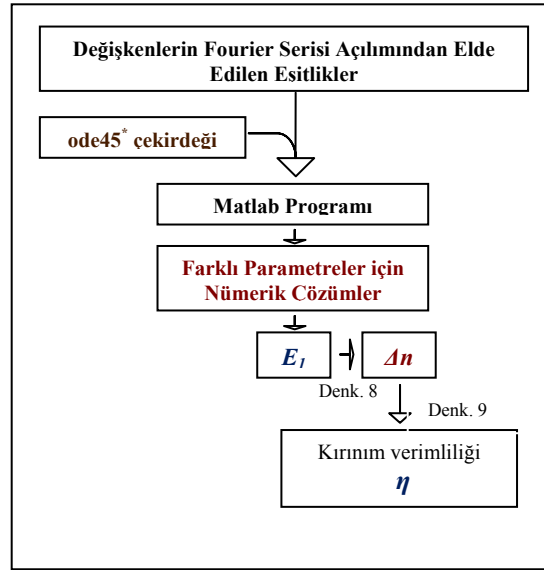
Bu amaçla her bir değişken için fourier açılımının ilk iki terimi (sıfırncı ve birinci mertebeye terimler) kullanılarak bu denklemler yeniden yazılır. Örnek olarak elektrik alan denkleminin fourier dönüşümü aşağıdaki gibi (7) olur:

$$E = E_0 + E_1 \exp(iKx) \quad (7)$$

Böylece, kuramsal modeli oluşturan 5 adet kısmi diferansiyel denklem sistemi, 5 adet sıfırıncı ve 5 adet birinci merteye olmak üzere toplam 10 adet adi diferansiyel denkleme dönüştürülür [11]. Bu aşamadan sonra çözüme varabilmek için adiabatik yaklaşım [3] ( $\partial n/\partial t = \partial n_0/\partial t = \partial n_1/\partial t = 0$ ) yapılır ve  $n \ll N_D^-$ ,  $N_S^-$ ,  $N_A$  olarak kabul edilir [3].

Şimdiye kadar literatürde çıkmış çalışmalarda, LiNbO<sub>3</sub> kristali için elektron taşıma parametrelerinden difüzyon alanının, güçlü hacimsel fotovoltaiik alan karşısında [12, 3], SBN kristalinde ise hacimsel fotovoltaiik alanın difüzyon alanı karşısında holografik kayıta ihmal edilebileceği [13, 14] belirtilmiştir. Bu çalışmada, tüm foto kırıcı kristallerde parametre rollerini herhangi bir kısıtlama yapmadan araştırabilme amacıyla bu ihmaller yapılmamıştır.

Yukarıda değinilen fourier dönüşümü ve adiabatik yaklaşım sonucu elde edilen denklem sistemi, bilgisayar ortamında sayısal olarak hesaplanacak şekilde kodlanmıştır. Şekil 2'de bu kodlama şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2. Yapılan hesaplamamın akış diyagramı

## 2.1. Holografik Ölçüm Düzenegi ve Kırınım Verimliliğinin Belirlenmesi

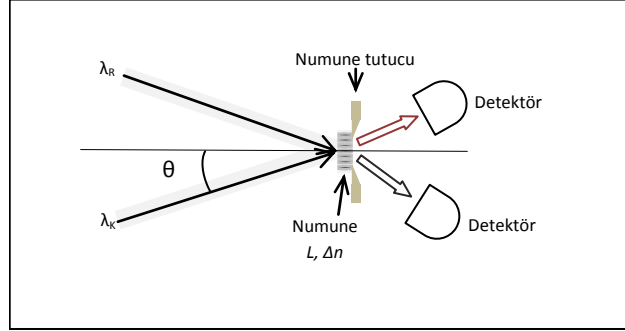
Holografik kayıta kristalde girişim desenlerine bağlı olarak periyodik elektron yoğunluğu oluşur. Bu periyodik elektron yoğunluğuna bağlı yerel elektrik alanı periyodik kırılma indisi değişimine neden olur. Söz konusu bu kırılma indisi değişimi elektrik alanına Denk.8 bağıntısı ile bağlıdır.

$$\Delta n = -\frac{n_{ef}^3}{2} r_{ef} E_1 \quad (8)$$

Kristalde oluşturulan periyodik kırılma indisi deseni, kristale düşürülen bir ışık demetini kırınımına uğratar (Şekil 3). Bu kırınımın ölçüsü Kogelnik [15] bağıntısı ile kırılma indisi değişimine bağlıdır (Denk. 9).

$$\eta = \sin^2 \left[ \frac{\pi \Delta n L}{\lambda \cos \theta} \right] \quad (9)$$

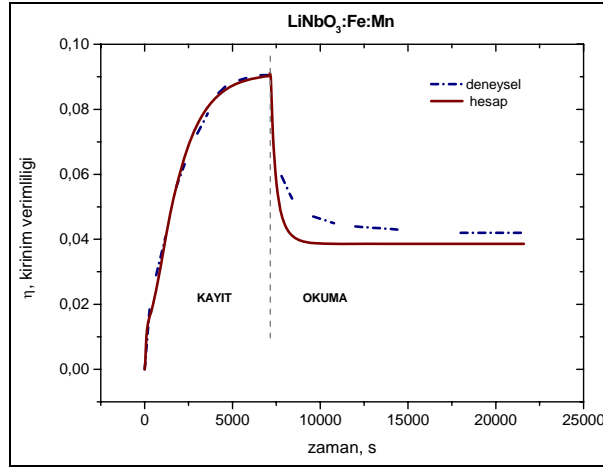
Burada  $\eta$ , kırınım verimliliği olmak üzere  $L$ ,  $\lambda$  ve  $\theta$  sırasıyla numune kalınlığı, kayıt ışığının dalga boyu ve kayıt ışığının geliş açısıdır (Şekil 3). Kırınım verimliliği, deneysel olarak numuneye düşürülen ( $\lambda_R$ ) referans ışığının kırınımına uğrayan kısmının şiddetinin numuneden geçen ışığın şiddetine oranlanması ile belirlenir.



Şekil 3. Holografik kayıta kayıt geometrisi.  $\lambda_K$  kayıt ışığı dalga boyu,  $\lambda_R$  referans ışığı dalga boyu

### 3. SONUÇ VE ÇIKARIMLAR

İlk olarak Fe ve Mn katkılı  $\text{LiNbO}_3$  kristali için sayısal hesap yapılmıştır. Hesaplama kullanılan parametreler, Adibi ve arkadaşları tarafından Fe ve Mn katkılı  $\text{LiNbO}_3$  kristali için yaptıkları çalışmadan alınmıştır [3]. Fe ve Mn katkılı  $\text{LiNbO}_3$  için, bu çalışmada yapılan hesaplarla elde edilen kırınım verimliliğinin zamana göre değişimi, deneysel sonuçlarla [3, 10] uyumlu olduğu açık bir biçimde görülmektedir (Şekil 4).



Şekil 4.  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}:\text{Mn}$  kristalinde çift merkeze dayalı holografik kayıt ve okuma. Burada kesikli çizgi deneysel [3], düz çizgi ise nümerik hesap sonucu elde edilen sonuçlardır. Her iki durumda da kaydedilmiş olan bilginin yaklaşık %55-60 lık kısmının okuma esnasında silindiği (kalan sinyalin %40-45 civarında olduğu) görülmektedir.

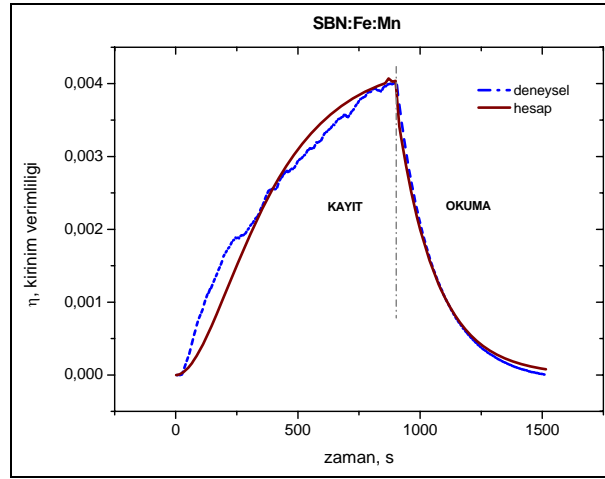
LiNbO<sub>3</sub> kristali için yapılan nümerik hesap, SBN kristali için de yapılmıştır. SBN kristali için yapılan hesaplamalarda gerekli olan parametrelerden mobilite [16], kırılma indisi [17], dielektrik katsayı [16], elektrooptik katsayı [18] değerleri belirtilen kaynaklardan alınmıştır (Çizelge 1).

Çizelge 1. SBN kristali için yapılan hesaplamalarda kullanılan bazı kristal parametreleri

Parametre	Değer	Kaynak
$\mu$ , elektron mobilitesi (m <sup>2</sup> /Vs)	$2,7 \times 10^{-6}$	[16]
$n_0$ , kırılma indisi	2,33	[17]
$\epsilon$ , dielektrik katsayı	880	[16]
$r$ , elektrooptik katsayı (m/V)	$47 \times 10^{-12}$	[18]

Yapılan test hesaplarında hacimsel fotovoltaik alanın kırınım verimliliğine etkisinin az olması ve difüzyon etkisine göre ihmal edilebilir olması göz önünde bulundurularak  $10^{-34}$  m<sup>3</sup>/V civarında (LiNbO<sub>3</sub> kristaline göre yaklaşık 2 merteye daha küçük [13, 14]) alınmıştır.

Literatürde, tek katlı SBN (Ce:SBN) için rekombinasyon katsayısı deneysel sonuçlardan yararlanılarak  $10^{-16}$  m<sup>3</sup>/s olarak belirlenmiştir [16]. Bu değer dikkate alınarak yapılan hesaplamaların eldeki deneysel sonuçlarla [10] uyumluluğu test edilerek en uygun rekombinasyon katsayısı değerlerinin sığ seviyeler için  $10^{-17}$  m<sup>3</sup>/s ve derin seviyeler için  $10^{-16}$  m<sup>3</sup>/s olması gerektiği görülmüştür.



Şekil 5. SBN:Fe:Mn kristalinde çift merkeze dayalı holografik kayıt ve okuma. Burada kesikli çizgi deneysel [10], düz çizgi ise nümerik hesap sonucu elde edilen sonuçlardır. Her iki durumda da kaydedilmiş olan bilginin tamamına yakınının okuma esnasında silindiği görülmektedir.

Fe ve Mn katlı SBN için hesaplanan kırınım verimliliğinin zamana göre değişimi deneysel sonuçlarla [10] uyumlu olduğu görülmektedir (Şekil 5).

Geliştirilen bu programla yapılan hesapların deneysel sonuçlarla uyumluluğu açıkça görülmektedir. En azından ölçümleri alınmış LiNbO<sub>3</sub> ve SBN için bu böyledir. Bununla, diğer foto kırıcı kristallerin holografide gerekli olabilecek parametrelerin, basit holografik ölçümlerin geliştirilen model hesabı ile uyumlandırılması sonucu elde edilebileceği söylenebilir. Şimdiye kadar yapılmış bazı ön testler ve Şekil 5'deki uyumlama işlemi ile bir kristalde ÇMHK'nın

olabilmesinde, rekombinasyon katsayısının önemli rol oynadığı görülmektedir. Bu ve benzeri bağılıkların araştırılması planlanmıştır.

**Teşekkür**

SBN kristalinde ÇMHK araştırmalarının başlamasını sağlamasından dolayı sayın Prof. Sigmar E. Kapphan'a, SBN kristalinde hacimsel fotovoltajik etki konusundaki katkılarından dolayı sayın Prof. Eckart Kraetzig'e ve kodlamanın ilk aşamasında yardımcı olan fizikçi Hannu Wicterich'e teşekkür ederiz.

**REFERENCES / KAYNAKLAR**

- [1] Ashley, J., Bernal, M.P., Burr, G. W., Coufal, H., Guenther, H., Hoffnagle, J.A., Jefferson, C. M., Marcus, B., Macfarlane, R.M., Shelby, R.M., Sincerbox, "Holographic data storage", G.T., IBM J. Res. Develop. 44, 3, 341-368, 2000.
- [2] Buse K., Adibi A. and Psaltis, D., "Non-Volatile Holographic Storage in Doubly-Doped Lithium Niobate", Nature 393, 665-668, 1998.
- [3] Adibi, A., Buse, K., and Psaltis, D., "Two-center holographic recording", J. Opt. Soc. Am. B, 18, 5, 584-601, 2001.
- [4] Shen, Y., Zhang, G., Qingjun, B.F., Xu, J., "Theoretical studies on nonvolatile two-step, two-color holographic recordingsensitivity for LiNbO<sub>3</sub>:Fe", Optics Communications 256, 24-34, 2005.
- [5] Ren, L., Liu, L., Liu, D., Zhou, C., Li, G., "Experimental and theoretical study of non-volatile photorefractive holograms in doubly doped LiNbO<sub>3</sub>:Fe:Cu", Optical Materials 23, 261-267, 2003.
- [6] Lee M., Takekawa, S., Furukawa, Y., Kitamura, K., Hatano, H., "Nonvolatile and quasi-nonvolatile holographic recording in near-stoichiometric lithium niobate doubly doped with Tb and Fe", Optical Materials 18, 53-56, 2001.
- [7] Ren, L., Liu, L., Liu, D., Yao, B., "Dynamic characteristics of holographic recording and fixing in LiNbO<sub>3</sub>:Ce:Cu crystal", Optics Communications 238, 363-369, 2004.
- [8] Amodei, J.J., and Steabler, D.L., "Holographic Pattern Fixing in Electro-optic Crystals", Appl. Phys. Lett. 18, 12, 540-542, 1971.
- [9] Micheron, F. and Bismuth, G., "Electrical Control of Fixation of Holographic Patterns in Ferroelectric Materials", Appl. Phys. Lett. 20, 2, 79-81, 1972.
- [10] Demirbilek, R., Kapphan, S.E., Kutsenko, A.B. and Pankrath, R., "Investigation of two-center holographic recording in SBN:Ce:Cr and SBN:Mn:Fe", Phys. stat. sol. 2, 1, 653-656, 2005.
- [11] Kukhtarev, N.V., "Kinetics of hologram recording and erasure in electrooptics crystals", Sov. Tech. Phys. Lett., 2, 12, 438-440, 1976.
- [12] Glass, A.M., Von der Linde, D., Negran, T.J., "High-voltage bulk photovoltaic effect and the photorefractive process in LiNbO<sub>3</sub>", Applied Physics Letters, 25, 4, 233-235, 1974.
- [13] Simon, M., Buse, K., Pankrath, R., Krätzig, E., Freschi, A.A., "Photoconductivity of Photorefractive Sr<sub>0.61</sub>Ba<sub>0.39</sub>Nb<sub>2</sub>O<sub>6</sub>:Ce Crystals at High Light Intensities", J. Appl. Phys., 80, 251-255, 1996.
- [14] Buse, K., Stevendaal, U.V., Pankrath, R., Krätzig, E., "Light-Induced Charge Transport Properties of Sr<sub>0.61</sub>Ba<sub>0.39</sub>Nb<sub>2</sub>O<sub>6</sub>:Ce Crystals", J. Opt. Soc. Am. B, 13, 1461-1467, 1996.
- [15] Kogelnik, H., "Coupled wave theory for thick hologram gratings", Bell Syst. Tech. J., 48, 2909-2947, 1969.
- [16] Buse, K., Gerwens, A., Wevering, S. and Krätzig, E., "Charge Transport Parameters of Photorefractive Strontium-Barium Niobate Crystals Doped with Cerium", J. Opt. Soc. Am. B, 15, 6, 1674-1677, 1998.

- [17] Fujimura, R., Kubato, E., Matoba, O., Shimura, T., Kuroda, K., “Photorefractive and photochromic properties of Ru doped  $\text{Sr}_{0.61}\text{Ba}_{0.39}\text{Nb}_2\text{O}_6$  crystal”, Optics Communications 213, 373-378, 2002
- [18] Dörfler, U.B., Piechatzag R., Woike, Th., Imlau, M.K., Wirth, V., Bohaty, L., Volk, T., Pankrath, R., Wöhlecke, M., “A holographic method for the determination of all linear electrooptic coefficients applied to Ce-doped strontium-barium-niobate”, Appl. Phys. B, 68, 843-848, 1999.