



Araştırma Makalesi / Research Article
A PROCESS CONTROL CHART BASED ON UNCERTAINTY MEASUREMENT

Ş. Alp BARAY*

İstanbul Üniversitesi, İşletme Fakültesi, Avcılar-İSTANBUL

Geliş/Received: 09.03.2006 Kabul/Accepted: 18.04.2006

ABSTRACT

The notion of variation and determining and eliminating it has become a subject that has found a wide application area after total quality approach has become widespread. There is a variety of control charts used in determining variation. Since the 1920's, when W.Shewhart developed the first control chart, control charts, which have been examined many times in every aspect, are accepted to be one of the seven basic tools of quality. X-R Charts, which are the oldest charts used for variables, are based on the assumption that inner distributions of process samples and distribution of parameter values obtained from the inner distributions of these samples fit the normal distribution. In this study, by setting off from this assumption and the notion of entropy, a new limited process control chart that take the uncertainty in the process into consideration is developed.

Keywords : X-R Charts, statistical process control, entropy, variation.

ZDM, MSC 2000, MSC 2000 number/numarası: K90, 90B99, 62_09.

BELİRSİZLİK ÖLÇÜMÜNE DAYALI BİR PROSES KONTROL DİYAGRAMI

ÖZET

Varyasyon ve varyasyonun belirlenmesi, ardından da ortadan kaldırılması toplam kalite yaklaşımının yayılmasıyla birlikte geniş uygulama alanı bulan bir konu haline gelmiştir. Varyasyonun belirlenmesinde kullanılan kontrol diyagramları çok çeşitlidir. W.Shewhart'ın ilk kontrol diyagramını geliştirdiği 1920'lerden bu yana hemen her yönüyle defalarca incelenen kontrol diyagramları bugün kalitenin yedi önemli aracından biri olarak kabul edilmektedir. Ölçülebilir özellikler için kullanılan en eski kontrol diyagramı olan X-R diyagramları, prosesten alınan örneklerin (örnek hacmi) iç dağılımlarıyla, bu örneklerin iç dağılımlarından elde edilen parametre değerlerinin dağılımlarının da normal dağılıma uyduğu varsayımına dayanırlar. Bu çalışmada, bu varsayımdan ve entropi kavramından yola çıkılarak prosesteki belirsizliği dikkate alan bir limitli yeni bir proses kontrol diyagramı geliştirilmeye çalışılmıştır.

Anahtar Sözcükler : X-R Diyagramları, istatistiksel proses kontrolü, entropi, varyasyon.

1. GİRİŞ

Bu bölümde konuya ilişkin temel kavramlar kısaca izah edilmiş, bu kavramlarla ilgili olarak şimdiye kadar yapılan çalışmalar kısaca gözden geçirilmiş ve ardından da bu çalışma hakkında genel bilgi verilmiştir.

* e-mail/e-ileti: abaray@istanbul.edu.tr, tel: (0212) 473 70 70 / 18270

1.1. Varyasyon

Endüstride üretilen hiçbir ürünün birbirine tam olarak benzemediği, aralarında birtakım farklar olduğu konuyla ilgili herkes tarafından bilinen bir gerçektir. Bu farklılıkların belli sınırlar içinde kalması halinde söz konusu ürünlerin aynı olduğu varsayılmaktadır. Teknikteki tolerans kavramı da bu düşüncenin bir ürünüdür. Çıplak gözle bakıldığında aralarında fark görülmeden iki ürünün hassas ölçü aletleriye kontrol edildiklerinde farklı oldukları kolayca anlaşılabilir. İster çıplak gözle, isterse de en hassas ölçü aletleriyle belirlensin, bu farklılıklar, bu yazıda ele alınan “ölçülebilen özellikler için varyasyon” un temelini oluşturmaktadır.

Dolayısıyla, konumuzla ilgili olarak ele alındığında varyasyon, üretim prosesindeki kararlılığın (stabilite) göstergesi olarak tanımlanabilir. Kararlı bir proses varyasyonu azaltılmış proses demektir. Bir üretim prosesinin kararlılığını, başka bir deyişle varyasyonunu izlemenin en iyi yolu kontrol diyagramlarını kullanmaktır.

1.2. Kontrol Diyagramları*

Walter A. Shewhart tarafından, 1920’li yıllarda Bell Telefon Şirketi Laboratuvarlarında geliştirilen kontrol diyagramları, Shewhart’ın 1931’de yayınlanan “Economic Control of Quality of Manufactured Product” isimli kitabında ilk kez yer almıştır. Bu çok önemli kitap daha sonra 1980’de Amerikan Kalite Derneği (American Society for Quality) tarafından yeniden yayınlanmıştır. Konuyla ilgili çoğu kişi, bu çalışmanın konuya tamamıyla yeni bir bakış açısı getirdiğini ifade etmektedir (Grant ve Leavenworth,1). Shewhart’ın yönteminin gücü, varyasyonun giderilebilir sebeplerini bulmada önemli bir araç olmasından kaynaklanmaktadır. Shewhart’a göre, prosesdeki varyasyon, bu varyasyonun oluşturduğu doğal limitlerin içinde kalabileceği gibi, dışına da çıkabilir. Eğer dışına çıkmışsa, çıkan kısmın kaynağına inilebilir. Bu bakış açısı, Shewhart’ın çalışmalarında dikkate aldığı doğadaki varyasyon yasalarının temelini oluşturur. Shewhart, üretim çıktılarına aynı ilkeleri uygulamayı denediğinde her zaman doğal davranışa uyan durumlarla karşılaşmadığını belirleyerek şu sonuca ulaşmıştır:

Her proses varyasyon sergilemektedir, ama bunların bazıları kontrol edilebilir, bazıları da kontrol edilemeyen varyasyon’dur.

Kontrol edilebilir varyasyon zaman içerisinde tutarlı ve kararlı bir görünüme sahiptir ve bu tip varyasyonların şansa bağlı sebepleri vardır.

Kontrol edilemeyen varyasyon ise zaman içinde tutarsız bir görünüm sergiler. Dolayısıyla ileride ne olacağı öngörülemez. Varyasyondaki bu tip değişimlerin sebepleri ise açıklanabilmekte ve giderilebilmektedir (Wheeler, 2).

Shewhart’tan günümüze kadar geçen dönemde bu konuyla ilgili çok sayıda çalışma yapılmıştır. Kontrol diyagramlarıyla ilgili olarak yapılan çalışmaları genellikle yeni kontrol diyagramları oluşturmayla ilgili çalışmalar, prosesin kontrol dışına çıktığını haber veren sinyallerin doğruluğu ile ilgili çalışmalar, kullanılan veriler arasında otokorelasyon olup olmaması ile ilgili çalışmalar olarak bir ayrıma tabi tutabiliriz. Doğal olarak bu çalışmalar birbirlerinden keskin sınırlarla ayrılmamakta, birbirleriyle iç içe girebilmektedirler.

Yeni diyagram geliştirme çalışmaları daha çok mevcut diyagramlara eklemeler yapmak ya da bu diyagramlara farklı bakış açıları sunmak şeklindedir. Örneğin, Zhang (1998) otokorelasyon olmayan proseslerde daha iyi performans sergileyen bir diyagram önermiştir. Alwan, Ebrahimi ve Soofi (1998) ise proses kontrolde kullanılacak “information chart”ları önermişlerdir. Bu çalışmada proses ortalamasını ve varyansını izlemek üzere IMV (Information – Variance Chart) Diyagramı geliştirilmiştir. IMV Diyagramı, X-s Diyagramlarının birleştirildiği

* Bu çalışmada sadece ölçülebilen özellikler için kontrol diyagramları incelenmiştir. Ölçülemeyen, gözle de izlenebilir özellikler için geliştirilmiş olan kontrol diyagramları konumuz dışındadır.

bir diyagram olup, klasik yöntemlere informasyon teorisi açısından bir bakış getirmektedir. Gültekin, English ve Elsayed (2002)'in yaptığı bir başka çalışmada ise prosesin değişimindeki doğrusal kaymaları belirlemede iyi bir performans sergileyen yeni bir diyagram önerilmiştir.

Prosesin kontrol dışına çıktığını haber veren sinyallerin doğruluğunu araştıran çalışmalar örneklem büyüklüğü (örnek hacmi), örnek alma sıklığı ile ilgili yapılan çalışmalarla yakından ilgilidir.

Bu konuda yapılan bazı çalışmaları kronolojik olarak şu şekilde sıralayabiliriz: Weindling, Littauer ve Oliviera (1970), Saniga (1977), Costa (1993), Shore (1998), Vaughan (1999), Yang (1999), Rahim ve Costa (2000), Wang ve Yue (2001), Vaughan (2001), Bischak ve Silver (2001), Molnau, Runger, Montgomery ve diğ. (2001), Fu, Spiring ve Hansheng (2002), Fu, Shmueli ve Chang (2003), Chen (2004), Costa ve Rahim (2004), Zhang ve Wu (2005), Hawkins ve Zamba (2005, [20]), Djauhari (2005), Reynolds Jr. ve Kim (2005), Kim ve Reynolds Jr. (2005), Tsiamyrtzis ve Hawkins (2005), Hawkins ve Zamba (2005, [21]), Reynolds ve Stoumbos (2005), He ve Grigoryan (2006).

Kullanılan veriler arasında otokorelasyon olması halinde yapılan bazı çalışmaları da şu şekilde özetlemek mümkündür: Vasilopoulos ve Stamboulis (1978), Montgomery ve Mastrangelo (1991), Runger ve Willemain (1995), Lu ve Reynolds Jr.(1999 [27]), Lu ve Reynolds Jr.(1999 [28]), Boyles (2000), Lu ve Reynolds,Jr.(2001), Runger (2002), Atienza, Tang ve Ang (2002), Jiang (2004), Kim ve Reynolds,Jr.(2005), Tsung, Zhao, Xiang ve diğ.(2006).

Bu çalışmada sadece X-R diyagramları göz önüne alınacağından, çok değişkenli kontrol diyagramlarıyla ilgili literatür taraması yapılmamıştır.

1.3. Entropi

Yaklaşık 140 yıldır bilim dünyasında var olan entropi kavramı, çeşitli bilim insanlarınca farklı anlamlarda kullanılmıştır. İlk olarak Alman Fizikçi Rudolf Julius Emmanuel Clausius (1822-1888) tarafından kullanılan entropi, Avusturyalı Fizikçi Ludwig Boltzmann (1822-1888)'in çalışmalarında ise olasılığı da içeren bir kavram olarak ortaya çıkmıştır. Daha sonraları, Boltzmann'ın formülasyonuna yakın haliyle Claude Elwood Shannon (1916-2001)'un ortaya attığı informasyon teorisinde (Shannon, 1948) de kullanılan bu kavram, bu çalışmada da C.E. Shannon'un formülasyonuna uygun haliyle kullanılmıştır. Shewhart gibi Bell Telefon Laboratuvarlarında araştırmacı olarak çalışan Shannon, bir araştırmasında artan ev ve işyeri telefon sayısı karşısında mesajların doğru aktarımı ile ilgilenmekteyken, meydana gelme olasılıkları p_1, p_2, \dots, p_n olan ve kimsenin ilk olarak bunlardan hangisinin meydana geleceğini bilemediği mümkün olaylar kümesini incelemiştir. "Bu olayların çıktısındaki belirsizliği verecek bir $\{H\}$ ölçüsü var mıdır?" diye düşünen Shannon, böyle bir ölçüye gereksinim olduğunu ortaya çıkararak, K bir sabit sayı olmak üzere, bu ölçünün (yani entropinin) aşağıdaki gibi ifade edilebileceğini göstermiştir (Shannon, 11).

$$H = -K \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i \quad (1)$$

Shannon'a göre, sürekli bir dağılımın entropisi de şu şekilde ifade edilebilir (Shannon, 35):

$$H = - \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log_2 p(x) dx \quad (2)$$

Yukarıda da değinildiği gibi, entropi farklı anlamlarda kullanımı olan bir kavramdır. Bu kavrama yüklenen anlamlar toplu olarak Çambel (1993, 127) ve Türkçe olarak da Baray (2003)'da bulunabilir. Ayrıca, entropinin teorik temeli üzerine yapılan çalışmalar Greven, Keller ve Warnecke (2003), Kapur ve Kesavan (1992) ile Fang, Rajasekara ve Tsao (1999)'da ayrıntılı biçimde incelenmiştir. Özellikle Greven, Keller ve Warnecke'nin çalışması entropi kavramını ayrıntılı biçimde inceleyen, konusundaki tek kitaptır denebilir. Daha çok Kaos Teorisi,

Termodinamik gibi temel bilimlerde konularında başvurulan entropi kavramı belirsizliğin bir ölçüsü olarak ekonomide de kullanılmaya başlanmıştır (Roegen, 1971) ve (Fomby, 1997). İşletme ve dolayısıyla Endüstri Mühendisliği konularında da Bushuyev ve Sochnev (1999) ile Johnston (2002)'un çalışmalarının yanısıra 2.2'de bahsedilen Alwan, Ebrahimi ve Soofi (1998)'nin çalışmaları ön plana çıkmaktadır.

Bu çalışmada X-R diyagramlarında yararlanılan verilerden yola çıkılarak, bu verilerin bize ne kadarlık bilgi verdiği, belirsizliğin arttığı yerde proseste anlamlı bir varyasyon oluşup oluşmadığı araştırılmıştır. Bu esnada belirsizliğin entropi yardımıyla ölçülmesine çalışıldığından dolayı kontrol limitlerine gerek kalmamıştır. Prosesin ideal belirsizlik eşiği belirlenerek, prosesin o anki belirsizliği ile bu eşiğin karşılaştırması yapılmış, dolayısıyla bu eşik kontrol limitleri yerine kullanılmıştır. Daha sonra da, elde edilen sonuçlar X-R Diyagramlarının sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

2. BELİRSİZLİK ÖLÇÜMÜNE DAYALI YENİ KONTROL DİYAGRAMI

Çalışmanın bu bölümünde önce klasik X-R Diyagramlarının istatistiksel temellerinden bahsedilmiş, ardından da belirsizlik ölçümünün nasıl yapıldığı izah edilmiştir. Daha sonra yeni kontrol diyagramı geliştirilerek, uygulamaya yer verilmiştir. Uygulamada elde edilen sonuçlar X-R Diyagramlarının sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

2.1. X-R Kontrol Diyagramları

X-R Diyagramları, ölçülebilen bir kalite karakteristiğinin varyasyonunda “büyük” kaymaların olduğu durumları belirlerken, örneklemin 1'den büyük olduğu ve veriler arasında otokorelasyonun olmadığı durumlarda kullanılabilen bir diyagram çiftidir [31,sf.455]. Bu bölümde X-R Diyagramlarının istatistiksel temelleri izah edilmiştir.

2.1.1. Kontrol Diyagramlarının İstatistiksel Temelleri ve X-R Diyagramlarının Limitleri

Kontrol diyagramları genel olarak, her seferinde belirli üretim miktarına ulaşıncaya kadar belirli miktarlarda örnek alınmasına göre ya da belirli zaman aralıklarında belirli miktarlarda örnek alınmasına göre tasarlanabilirler. İster belli üretim miktarları olsun, isterse de belli zaman aralıkları olsun, bu miktar ya da zaman aralıkları kontrol diyagramlarının yatay ekseninde yer alırlar. Ölçülen kalite karakteristiğine ait değerler ise dikey ekseninde yer alırlar. Bir kontrol diyagramında *orta çizgi (OÇ)*, *üst kontrol limiti (ÜKL)* ve *alt kontrol limiti (AKL)* olmak üzere üç temel yatay çizgi vardır. Göz önüne alınan kalite karakteristiğinin ortalama değeri OÇ'yi oluşturur. Proses kontrol altındayken, örnekleme ait noktaların hepsinin ÜKL ve AKL arasında yer alması gerekir. Örnek noktalarını doğrularla birleştirmek, diyagramların okunabilirliğini artırmak amacıyla gelenek haline gelmiştir. Noktaların hepsinin kontrol limitleri içinde kalması ana koşul olmakla birlikte yeterli olmayabilir. Kontrol limitleri içinde kalsalar bile, bu noktaların rastgeleliği gösteren bir görüntü vermeleri gerekir. Kontrol limitleri dışına çıkan bir noktanın varlığının yanısıra, kontrol limitleri içinde kalıp da sistematik bir dağılıma ya da rastgeleliğe uymama görüntüsü veren noktalar da prosesin kontrol dışı olduğunu işaretler. Prosesin kontrol dışında olduğu kararı verilirse, varyasyonun giderilebilir sebepleri olduğu düşünülerek düzeltici faaliyette bulunulur. Genel olarak istatistiksel çerçevesini çizmeye çalıştığımız kontrol diyagramlarının OÇ, ÜKL ve AKL formülleri genel olarak şöyle yazılır [31]:

$$\text{ÜKL} = \mu + L\sigma \quad (3)$$

$$\text{OÇ} = \mu \quad (4)$$

$$\text{AKL} = \mu - L\sigma \quad (5)$$

A Process Control Chart Based on Uncertainty ...

Burada genel anlamları ile;

μ : Göz önüne alınan kalite karakteristiğine ait örneklemelerin ortalaması,

σ : Göz önüne alınan kalite karakteristiğine ait örneklemelerin standart sapması,

L : Kontrol limitlerinin OÇ'den olan uzaklıklarının σ cinsinden değeri'dir. Bu değer 3σ 'dan gelen alışkanlıkla ABD'de 3 olarak alınırken, Kıta Avrupası ve İngiltere'de ise 1.tip hata olasılığı olarak kabul edilen 0,001 olasılık değerine karşılık gelen normal tablo değeri 3,09 olarak alınmaktadır.

Burada, kontrol diyagramlarının hipotez testleriyle olan yakın ilişkisine değinilmeyeceğinden X-R diyagramlarının limit formülleri verilerek belirsizlik ölçümüne geçilecektir.

X-R diyagramlarında örneklemin iç dağılımının ve ayrıca örneklem parametrelerinin dağılımının bağımsız gözlemlerden elde edildiği ve normal dağılıma uyduğu varsayımı yapılmaktadır [31,sf.196]. Normal dağılımın parametreleri, genel adlarıyla, bu dağılımın yer ve yayılma ölçüleridir. Yer ile bu dağılımın ortalaması (X) tanımlanırken, yayılma ile de bu dağılımın standart sapması (σ) (veya varyansı) ya da dağılım aralığı (R) tanımlanmaktadır. Bir başka deyişle bir normal dağılımın parametreleri o dağılımın ortalaması ve standart sapmasıdır. X-R Diyagramlarında dağılım ölçüsü olarak, kolay hesaplanabilirliği nedeniyle dağılım aralığı (R) kullanılmaktadır. Bunun içindir ki, ölçülebilen bir kalite karakteristiğinin varyasyonunda anlamlı bir kayma olup olmadığı hem ortalama (X) ve hem de yayılma (R) diyagramlarının ikisiyle birden takip edilmektedir. Bu bilgilerin ışığında X Diyagramının limit değerleri şu şekilde verilmektedir :

$$\bar{ÜKL} = \bar{x} + A_2 \bar{R} \quad (6)$$

$$OÇ = \bar{x} \quad (7)$$

$$\bar{AKL} = \bar{x} - A_2 \bar{R} \quad (8)$$

R Diyagramına ait limit değerleri de şu şekildedir:

$$\bar{ÜKL} = D_4 \bar{R} \quad (9)$$

$$OÇ = \bar{R} \quad (10)$$

$$\bar{AKL} = D_3 \bar{R} \quad (11)$$

Buradaki A_2 , D_4 ve D_3 değerleri örnekleme bağlı olarak belirlenen katsayılar olup, hemen her istatistiksel kalite kontrolü kitabında tablolar halinde bulunmaktadır. Ayrıca,

\bar{x} : Örneklem ortalamalarının ortalaması,

\bar{R} : Örneklem aralıklarının ortalamasıdır.

2.2. Belirsizlik Ölçümüne Dayalı Yeni Kontrol Diyagramının Oluşturulması

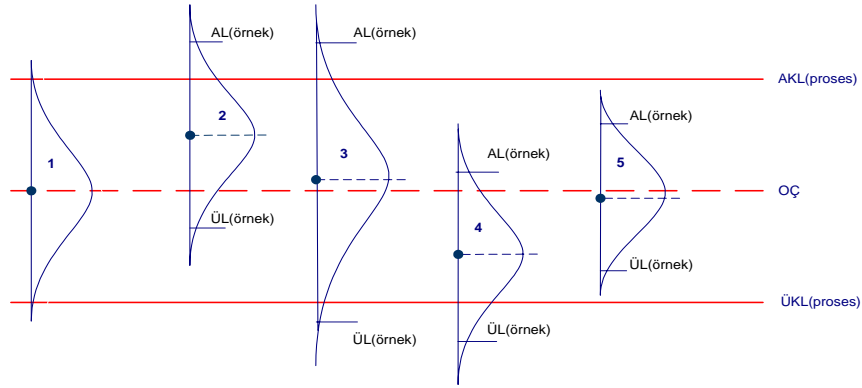
Bu bölümde yeni diyagramı oluştururken hangi düşünceden hareketle yola çıkıldığı ve belirsizliğin nasıl ölçüldüğünden bahisle yeni kontrol diyagramının nasıl çalıştığı izah edilecektir.

2.2.1. Yeni Kontrol Diyagramı Oluşturmada Hareket Noktası

Şekil 1'de X Diyagramının yapısı görülmektedir. Prosesin durumuna ve özelliğine göre belli aralıklarla alınan n sayıda örnekten ortaya çıkan normal dağılım eğrileri şekil 1'deki gibi olabilmektedir. Klasik bir X Diyagramında bu dağılımların ortalamaları birleştirilerek diyagramın çizimi yapılmaktadır. OÇ, AKL ve ÜKL de bu noktalardan hareketle hesaplanmaktadır.

Ancak, şekilden de görüldüğü gibi, dağılımın yayvan olması, ortalamasının alt ve üst kontrol limitlerine yakın olması gibi durumlarda örneği oluşturan değerlerden bazıları kontrol limitlerinin dışına çıksa bile sadece örnek ortalamaları dikkate alındığından proses kontrol altında gözükmektedir. Bu da zaman zaman diyagramın yanlış bilgi vermesine yol açmaktadır. Bu çalışmada önerilen diyagramın temel dayanağı, örnek ortalaması yerine örnek dağılımının tümünün dikkate alınması ve bu dağılımdan elde edilen bilginin ölçülmesidir.

Örnek dağılımlarına ait bir noktadan ya da örnek dağılımlarının yayılmasından hareket edilmeyip, bu dağılımların olasılık alanları ile ilgilenildiğinden örnek dağılımlarının yer ve yayılma ölçüleri cinsinden takibine gerek kalmamıştır. Dolayısıyla, yeni diyagram tek bir diyagram olarak ortaya çıkmıştır.



Şekil 1. - X Diyagramının Yapısı

2.2.2. Örnek Dağılımlarının İçerdiği Bilginin Ölçülmesi

Şekil 1'de i. örnek alma sonunda prosesin durumu görülmektedir. 1.örneklemin dağılımı istenen ideal durumdadır. Dağılımın alt limiti (AL) prosesin alt kontrol limiti (AKL) ile, üst limiti (ÜL) de prosesin üst kontrol limiti (ÜKL) ile çakışıktır.

2 no'lu örneklemin dağılımı ise prosesin alt kontrol limitine daha yakındır. Bu yüzden de dağılımın alt limitine kadar olan kısımdan daha fazla bir kısmı AKL'nin dışında kalmıştır. Üst limitte sorun yoktur. Doğal olarak üst limitin dışında kalan bir kısım söz konusudur ki, bu kısım dahi prosesin ÜKL'si içindedir.

3 no'lu dağılımın yayılması o kadar fazladır ki, örneklemin alt ve üst limiti sırasıyla prosesin alt kontrol limiti ve üst kontrol limitinin dışında kalmıştır.

4 no'lu örneklemin dağılımı ise bir anlamda 2 no'lu dağılımın OÇ'ye göre ters yönde benzeridir. 2 no'lu dağılımda alt limit ile ilgili söylenenler burada üst limit için, üst limit ile ilgili söylenenler de alt limit için geçerlidir.

5 no'lu dağılımda limit dışı bir durum olmamakla birlikte, bu aşamadaki üretimin eskisine göre daha dar bir ölçü aralığında gerçekleştiği düşünülmektedir.

i. örneklemin sonunda prosesin OÇ, AKL ve ÜKL'si hesaplanabildiğine göre, yukarıda söz konusu edilen örneklemlerin dağılımlarının ne kadarlık bir kısmının prosesin AKL ve ÜKL'si arasında kaldığı kolayca hesaplanabilmektedir. Proses hakkında elimizde bulunan bilgi, prosesin AKL'si ile ÜKL'si arasında kalan örneklemlere ait olasılık alanlarından elde edilen bilgidir. Dolayısıyla, bu bilginin prosesin belirsizliğini (bir başka deyişle düzensizliğini) anlamada kullanılabilmesi olanağı vardır.

Şekil 1'den de görüldüğü gibi, örneklemlerin dağılımlarının limitlerinin proses kontrol limitlerine göre konumları şu şekildedir:

A Process Control Chart Based on Uncertainty ...

1. $\bar{U}L < AKL$ (örneklem dağılımının tümü AKL'nin solundadır.)
2. $AL > \bar{U}KL$ (örneklem dağılımının tümü $\bar{U}KL$ 'nin sağındadır.)

Bu ilk iki konum, örneklem dağılımlarının tümüyle proses kontrol limitlerinin dışında kaldığı uç durumları göstermekte olup, bu durumlar şekil 1'de yer almamaktadır.

3. $AL < AKL$
4. $AL > AKL$
5. $AL = AKL$
6. $\bar{U}L < \bar{U}KL$
7. $\bar{U}L > \bar{U}KL$
8. $\bar{U}L = \bar{U}KL$

Limitlerin birbirlerine göre olan yukarıdaki olası durumlarından yola çıkarak, örneklem dağılımlarının prosesin genel durumuna göre konumları şu şekilde özetlenebilir :

- a) $AL < AKL$ ve $\bar{U}L < \bar{U}KL$ (2 no'lu dağılım)
- b) $AL < AKL$ ve $\bar{U}L > \bar{U}KL$ (3 no'lu dağılım)
- c) $AL > AKL$ ve $\bar{U}L > \bar{U}KL$ (4 no'lu dağılım)
- d) $AL > AKL$ ve $\bar{U}L < \bar{U}KL$ (5 no'lu dağılım)
- e) $AL = AKL$ ve $\bar{U}L = \bar{U}KL$ (1 no'lu dağılım)
- f) $\bar{U}L < AKL$
- g) $AL > \bar{U}KL$

Bu saptamalardan sonra, örneklem dağılımlarının AKL ve $\bar{U}KL$ arasında kalan kısımlarını hesaplamak oldukça kolaydır.

2.2.3. Yeni Diyagramın Hesaplamaları ve Çizimi

Yeni diyagram çizilirken 2.2.2'de açıklanan a,b,c,d,e,f ve g konumları dikkate alınmıştır. İlk etapta, prosesin X-R diyagramının çizilmesi esnasında gerekli olan hesaplamalar aynen yapılmış, sonraki aşamada ise her örneklem dağılımının prosesin AKL ve $\bar{U}KL$ 'sine göre durumları saptanıp, göz önüne alınan örnekleme ait dağılımdan olasılıkla ilgili olarak elimizde geriye ne kaldığına bakılmıştır. Bir başka deyişle, söz konusu örneklem dağılımının proses kontrol limitlerinin içinde kalma olasılığı elde edilerek entropi hesabında kullanılmıştır. Dolayısıyla, her örneklem için bir entropi değeri elde edilerek, bu entropilerin üretime devam edildiği süre içerisindeki değişimi incelenmiştir. Entropilerin hesabında bu çalışmada (1) numaralı ifadede gösterilen bağıntı kullanılmıştır.

Burada göz önüne alınan dağılımların normal dağılıma uyduğu varsayımında bulunulduğuna göre entropi hesaplamalarının neden (2) numaralı ifadeye göre yapılmadığı sorusu akla gelebilir. Hesaplamanın bu şekilde yapılmasının sebebi şöyle özetlenebilir:

Her örnekte AKL ve $\bar{U}KL$ arasında kalma olasılığı gibi sadece *bir* değer bilinmesi gereklidir. Dolayısıyla *her örneklem için sadece tek bir olasılık değeri lazımdır* ve o da normal dağılım tablosundan Excel yardımıyla elde edilmiştir. Bu olasılık değeri elde edildikten sonra 2 tabanına göre logaritmasıyla çarpılarak söz konusu örneklemin entropisi hesaplanmıştır. Bir başka deyişle, *her örneklemin sadece bir entropisi vardır* ve bu entropi örneklem dağılımının AKL ve $\bar{U}KL$ arasında kalma olasılığından elde edilmiştir. Bunun yanısıra, prosesten örnekler belli aralarla alınmaktadır. Sürekli yapılan bir ölçüm söz konusu değildir. Bu yüzden ki prosesten örnek alma olayı bu çalışma açısından sürekli bir durumu göstermemektedir. Dolayısıyla, bu yüzden integral işlemine itibar edilmemiştir.

Bu şekilde her örneklemin entropisi hesaplanarak bir diyagram üzerinde gösterilmiştir. Elde edilen prosesin entropi değişimi bize hem ortalama ve hem de yayılmayla ilgili bilgileri bir arada verebilmektedir. Böylelikle X-R Diyagramlarında olduğu gibi iki diyagramla prosesi takip etmek yerine bir diyagramla takip etmek mümkün olmaktadır.

Entropi değişimi hangi sınırlar içinde kaldığında prosesin belirsizliği hakkında anlamlı bilgi edinmek mümkün olacaktır? Bir başka deyişle, yeni diyagramı yorumlamamız için gerekli olan limit (ya da limitler) ne olmalıdır? Şimdi de bu soruya yanıt arayalım.

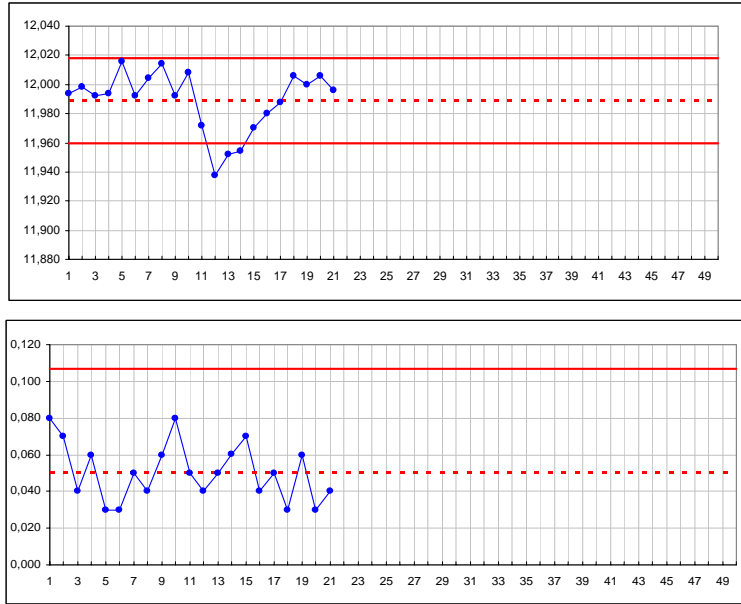
Kapur ve Kesavan'a göre teorik olarak, belirsizliğin en fazla olduğu durum olasılığın 0,5 olduğu durumdur [25, sf.3]. Örneğin, olasılıkların $\{0,50 - 0,50\}$ olduğu bir yazı-tura deneyinin sonucunun ne olacağına dair belirsizlik, olasılıkların $\{0,00001 - 0,99999\}$ olduğu bir yazı tura deneyinin sonucunun ne olacağına dair belirsizliğe göre çok daha fazladır. Burada da bu düşünceden yola çıkılmıştır. Proses ya kontrol altındadır ya da değildir. Bu iki durumdan birinin gerçekleşme olasılığı 0,5 olduğunda prosesin kontrol altında olup olmadığına dair belirsizlik (veya belirlilik) maksimum olmaktadır. Bu belirsizliğin ölçüsü, yani prosesin entropisi $-0,5 * \log_2 0,5 = 0,5$ olarak hesaplanabilir. Bu yüzdendir ki, bu limit sınır olarak alınmıştır. Maksimum belirsizliğin üstüne çıktığında proses hakkındaki bilgi prosesin kontrol dışına çıktığı yönüne kaymaktadır. Dolayısıyla, prosesin takibi bu aşamada mümkün olmayacaktır.

Bu açıklamalardan sonra yeni diyagramın çizimine geçilebilir. Her örneklemin entropi değişimi yukarıda sözü edilen limitle bir arada çizildiğinde ortaya anlamlı bir diyagram çıkmaktadır. Kalite kontrol kitaplarındaki X-R diyagramlarına ait değerler kullanılarak çizilen yeni diyagram X-R diyagramlarının ikisinde ayrı ayrı yer alan bilgileri bünyesinde barındırmakta ve hemen her X-R diyagramıyla uyum içinde bulunmaktadır.

2.2.4. Yeni Diyagram ve X-R Diyagramlarıyla Karşılaştırılması

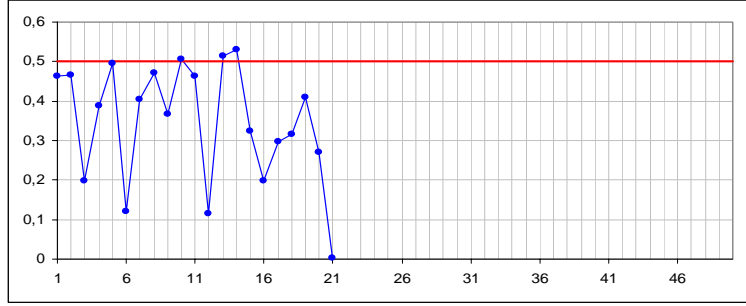
Bu bölümde çeşitli kitaplardan alınan X-R Diyagramlarına ait örneklerle yeni diyagramın karşılaştırması yapılmaktadır. Yer tutması diye veriler tekrar verilmemiş, verilerin alındığı kaynak kitap ve sayfa numarası verilerek, bu verilerin hem X-R Diyagramlarıyla ve hem de yeni diyagramla çözümü verilmiştir.

1. örnek [43]:



Şekil 2. X-R Diyagramları [43]

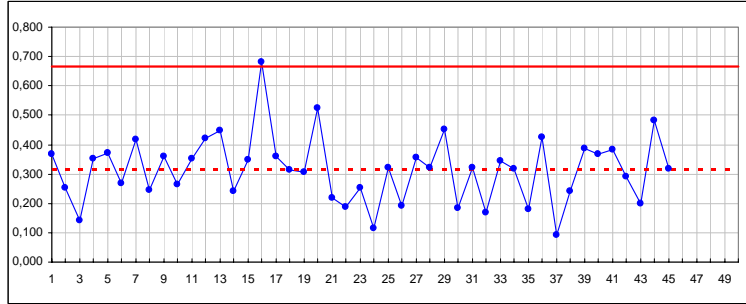
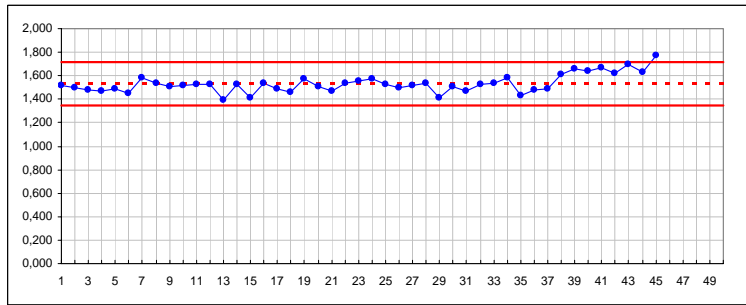
A Process Control Chart Based on Uncertainty ...



Şekil 3. Entropi Diyagramı [43]

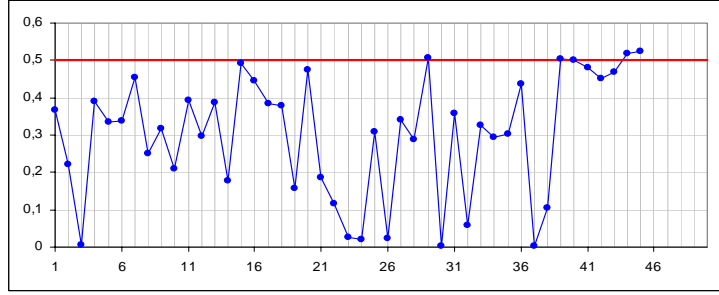
Şekillerden de görüldüğü gibi Şekil 2'nin birinci diyagramı olan X Diyagramında 12,13 ve 14. örneklemelere ait ortalama değerler prosesin kontrol dışında olduğunu göstermektedir. Entropi diyagramında da 10,13 ve 14. noktalar maksimum entropi sınırının dışındadırlar.

2.örnek [31]:



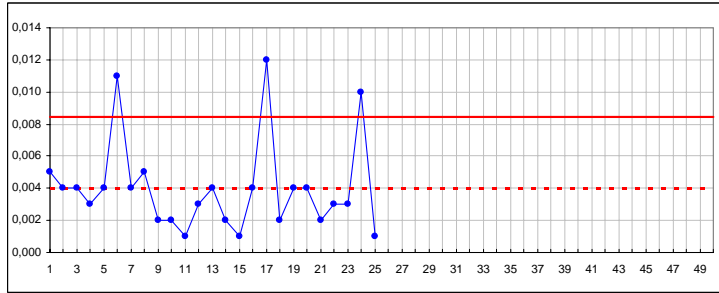
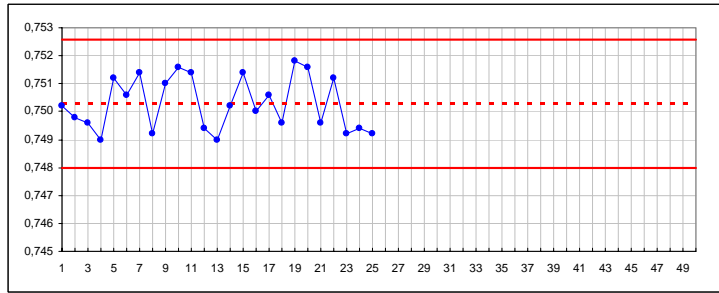
Şekil 4. X-R Diyagramları [31]

Aynı şekilde R Diyagramının 16. ve X Diyagramının 43 ve 45. noktaları kontrol dışındadır. Entropi Diyagramında ise 15, 29,39,40,44 ve 46.noktalar limit dışındadır. X Diyagramında 29.nokta kontrol limitine çok yakındır. X Diyagramının 39.noktası ise prosesin kontrol dışına çıkmaya başladığı noktadır. Yani değerler aslında birbirine yakın çımıştır. Hatta, Entropi Diyagramı, X-R Diyagramına göre erken uyarı yapmıştır bile denebilir.

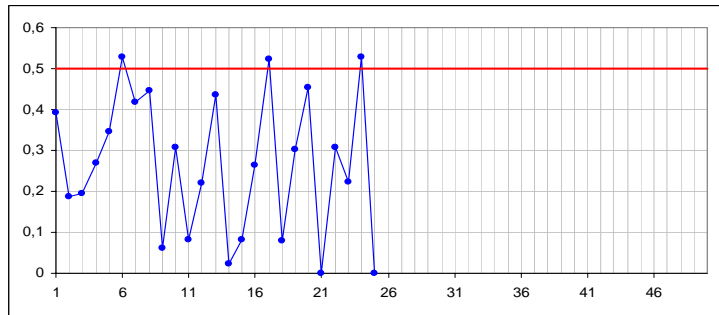


Şekil 5. Entropi Diyagramı [31]

3.örnek [42]:



Şekil 6. X-R Diyagramları [42]



Şekil 7. Entropi Diyagramı [42]

A Process Control Chart Based on Uncertainty ...

Burada da R Diyagramının 6,17 ve 24.noktalarının kontrol dışında kaldığı görülmektedir. Aynı noktalar Entropi Diyagramında da limit dışındadırlar.

Bu örnekleri çoğaltmak mümkündür. Diyagram geliştirilirken bu üç örneğin dışında [43, sf.284], [42, sf.285], [52, sf.17], [51, sf.88], [31, sf.223] ve [4, sf.173]'teki örnekler de çözülerek karşılaştırılmıştır. Ayrıca, toz metalurjisi alanında faaliyet gösteren bir firmadan elde edilen gerçek verilerle de denemeler yapılmıştır. Bunların çözümünden elde edilen sonuçlar daha da benzerdir. Burada en farklı sonuçları veren örnekler gösterilmiştir.

3. SONUÇ

Bu çalışmada önerilen belirsizlik ölçümüne dayalı Entropi Diyagramıyla prosesin hem ortalaması ve hem de yayılmasını tek bir diyagramla izlemek mümkün olmaktadır. Bunun yanısıra, diyagramda sürekli olarak tek bir limit vardır. Dolayısıyla okuma kolaylığı ve sadelik söz konusudur. Ayrıca, bu çalışma ile entropi kavramı Alban, Ebrahimi ve Soofi (1998)'den sonra ilk kez kalite kontrol diyagramlarında farklı bir anlayışla kullanılmaktadır.

Diğer taraftan, Entropi Diyagramlarının oluşturulması X-R Diyagramlarına göre daha fazla işlem gerektirmektedir. Ancak, günümüz koşullarında Excel v.b. ile geliştirilen çalışma sayfalarında fazla işlem olması sorun yaratmamaktadır. Çünkü, geliştirilen çalışma sayfalarına veriler bir kez girildikten sonra hem X-R ve hem de Entropi Diyagramları için hesaplamalar aynı anda kolaylıkla otomatik olarak yapılmaktadır. Yalnız, diyagramın temellerini anlayabilmek için daha fazla teknik bilgiye (informasyon teorisi, olasılığa hakimiyet,..gibi) gereksinim vardır.

Bu konunun sadece X-R Diyagramlarıyla değil, diğer diyagramlarla da birlikte incelenmesi Entropi Diyagramlarının literatüre ve çalışma hayatına katkısını daha da belirginleştirecektir.

KAYNAKLAR

- [1] Alwan L.C., Ebrahimi N., Soofi E.S., "Information Theoretic Framework for Process Control", European Journal of Operational Research, 111, 3, 526-542, 1998.
- [2] Atienza O.O., Tang L.C., Ang B.W., "A CUSUM Scheme for Autocorrelated Observations", Journal of Quality Technology, 34, 2, 187-199, 2002.
- [3] Baray A., "Entropi ve Karar Verme", Yönetim (İÜ İşletme Fak. İşletme İktisadi Enstitüsü Dergisi), Yıl :14, 44, 7-21, 2003.
- [4] Besterfield D.H., "Quality Control", 6th. Ed., Prentice Hall, USA, 2001.
- [5] Bischak D.P., Silver E.A., "Estimating the rate at which a process goes out of control in a statistical process control context", International Journal of Production Research, 39, 13, 2957-2971, 2001.
- [6] Boyles R.A., "Phase I Analysis for Autocorrelated Processes", Journal of Quality Technology, 32, 4, 395-409, 2000.
- [7] Bushuyev S.D., Sochnev S.V., "Entropy measurements as a project control tool", International Journal of Project Management, 17, 6, 343-350, 1999.
- [8] Chen Y.K., "Economic design of \bar{X} control charts for non-normal data using variable sampling policy", International Journal of Production Economics, 92, 1, 61-74, 2004.
- [9] Costa A.F.B., "Joint Economic Design of X and R Control Charts for Processes Subject To Two Independent Assignable Causes", IIE Transactions, 25, 6, 27-33, 1993.
- [10] Costa A.F.B., Rahim M.A., "Joint X and R Charts with Two-stage Samplings", Quality and Reliability Engineering International, 20, 7, 699-708, 2004.
- [11] Çambel A.B., "Applied Chaos Theory A Paradigm For Complexity", Academic Press, USA, 1993.
- [12] Djauhari M.A., "Improved Monitoring of Multivariate Process Variability", Journal of Quality Technology, 37, 1, 32-39, 2005.

- [13] Fang S.-C., Rajasekera J.R., Tsao H.-S.J., 2nd.Ed., "Entropy Optimization and Mathematical Programming", 2nd.Ed., Kluwer Academic Publishers, USA, 1999.
- [14] Fomby T.B., Hill R.C., "Applying Maximum Entropy to Econometric Problems", Jai Press, USA, 1997.
- [15] Fu J.C., Shmueli G., Chang Y.M., "A unified Markov chain approach for computing the run length distribution in control charts with simple or compound rules", *Statistics and Probability Letters*, 65, 4, 457-466, 2003.
- [16] Fu J.C., Spiring F.A., Hansheng X., "On the average run lengths of quality control schemes using a Markov chain approach", *Statistics and Probability Letters*, 56, 4, 369-380, 2002.
- [17] Grant E.L., Leavenworth R.S., "Statistical Quality Control", 6nd.Ed., McGraw Hill, Singapore, 1988.
- [18] Greven A., Keller G., Warnecke G. (editors), "Entropy", Princeton University Press, USA, 2003.
- [19] Gültekin M., English J.R., Elsayed E.A., "Cross-correlation and X-trend control charts for process with linear shift", *International Journal of Production Research*, 40, 5, 1051-1064, 2002.
- [20] Hawkins D.M., Zamba K.D., "A Change-Point Model for a Shift in Variance", *Journal of Quality Technology*, 37, 1, 21-31, 2005.
- [21] Hawkins D.M., Zamba K.D., "Statistical Process Control for Shifts in Mean or Variance Using a Change-point Formulation", *Technometrics*, 47, 2, 164-173, 2005.
- [22] He D., Grigoryan A., "Joint statistical design of double sampling X and s charts", *European Journal of Operational Research*, 168, 1, 122-142, 2006.
- [23] Jiang W., "Multivariate Control Charts for Monitoring Autocorrelated Processes", *Journal of Quality Technology*, 36, 4, 367-379, 2004.
- [24] Johnston R.B., "From Efficiency to Flexibility: Entropic Measures of Market Complexity and Production Flexibility", 02.11.2002, www.csu.edu.au/ci/vol03/finalst3/finalst3.html.
- [25] Kapur J.N., Kesavan H.K., "Entropy Optimization Principles with Applications", Academic Press, USA, 1992.
- [26] Kim K., Reynolds Jr. M.R., "Multivariate Monitoring Using an MEWMA Control Chart with Unequal Sample Sizes", *Journal of Quality Technology*, 37, 4, 267-281, 2005.
- [27] Lu C.-W., Reynolds Jr. M.R., "EWMA Control Charts for Monitoring the Mean of Autocorrelated Processes", *Journal of Quality Technology*, 31, 2, 166-188, 1999.
- [28] Lu C.-W., Reynolds Jr. M.R., "Control Charts for Monitoring the Mean and Variance of Autocorrelated Processes", *Journal of Quality Technology*, 31, 3, 259-274, 1999.
- [29] Lu C.-W., Reynolds Jr. M.R., "Cusum Charts For Monitoring An Autocorrelated Processes", *Journal of Quality Technology*, 33, 3, 316-334, 2001.
- [30] Molnau W.E., Runger G.C., Montgomery D.C., Skinner K.R., Loredó E.N., "A Program for ARL Calculation for Multivariate EWMA Charts", *Journal of Quality Technology*, 33, 4, 515-521, 2001.
- [31] Montgomery D.C., "Introduction to Statistical Quality Control", 5th.Ed., John Wiley & Sons, sf.153, sf. 200-205, USA, 2005.
- [32] Montgomery D.C., Mastrangelo C.M., "Some Statistical Process Control Methods for Autocorrelated Data", *Journal of Quality Technology*, 23, 3, 179-197, 1991.
- [33] Rahim M.A., Costa A.F.B., "Joint economic design of x and R charts under Weibull shock models", *International Journal of Production Research*, 38, 13, 2871-2889, 2000.
- [34] Reynolds Jr. M.R., Kim K., "Multivariate Monitoring of the Process Mean Vector With Sequential Sampling", *Journal of Quality Technology*, 37, 2, 149-162, 2005.
- [35] Reynolds Jr. M.R., Stoumbos Z.G., "Should Exponentially Weighted Moving Average and Cumulative Sum Charts Be Used With Shewhart Limits?", *Technometrics*, 47, 4, 409-424, 2005.

- [36] Roegen N.G., "The Entropy Law and The Economic Process", Harvard University Press, USA, 1971.
- [37] Runger G.C., "Assignable Causes and Autocorrelation: Control Charts for Observations or Residuals?", *Journal of Quality Technology*, 34, 2, 165-170, 2002.
- [38] Runger G.C., Willemain T.R., "Model-Based and Model-Free Control of Autocorrelated Processes", *Journal of Quality Technology*, 27, 4, 283-292, 1995.
- [39] Saniga E.M., "Joint Economically Optimal Design of X and R Control Charts", *Management Science*, 24, 4, 420-431, 1977.
- [40] Shannon C.E., "A Mathematical Theory of Communication", *The Bell System Technical Journal*, vol.:27, 379-423, 623-656, 1948.
- [41] Shore H., "A new approach to analysing non-normal quality data with application to process capability analysis", *International Journal of Production Research*, 36, 7, 1917-1933, 1998.
- [42] Smith G.M., "Statistical Process Control and Quality Improvement", 5th.Ed., Perason-Prentice Hall, sf.247-248, USA, 2004.
- [43] Summers D.C.S., "Quality", 2nd.Ed., Prentice Hall, sf.204, USA, 2000.
- [44] Tsiamyrtzis P., Hawkins D.M., "A Bayesian Scheme to Detect Changes in the Mean of a Short-Run Process", *Technometrics*, 47, 4, 446-456, 2005.
- [45] Tsung F., Zhao Y., Xiang L., Jiang W., "Improved Design of Proportional Integral Derivative Charts", *Journal of Quality Technology*, 38, 1, 31-44, 2006.
- [46] Vasilopoulos A.V., Stamboulis A.P., "Modification of Control Chart Limits in the Presence of Data Correlation", *Journal of Quality Technology*, 10, 1, 20-30, 1978.
- [47] Vaughan T.S., "The Effect of Process Adjustment Error on X Chart Design", *Naval Research Logistics*, 46, 6, 597-612, 1999.
- [48] Vaughan T.S., "Variables Inspection for SPC-Quarantined Production", *Naval Research Logistics*, 48, 2, 159-171, 2001.
- [49] Wang M.-C., Yue J., "Economic design of process adjustment for on-line control", *International Journal of Production Research*, 39, 5, 809-823, 2001.
- [50] Weindling J.I., Littauer S.B., De Oliveira J.T., "Mean Action Time of the X Control Chart with Warning Limits", *Journal of Quality Technology*, 2, 2, 79-85, 1970.
- [51] Wheeler D.J., "Advanced Topics in Statistical Process Control The Power of Shewhart's Charts", SPC Press, USA, 1995.
- [52] Wise S.A., Fair D.C., "Innovative Control Charting", ASQ Quality Press, USA, 1998.
- [53] Yang S.-F., "An approach to controlling process variability for short production runs", *Total Quality Management*, 10, 8, 1123-1129, 1999.
- [54] Zhang N.F., "A Statistical Control Chart for Stationary Process Data", *Technometrics*, 40, 1, 24-38, 1998.
- [55] Zhang S.Z., Wu Z., "Designs of control charts with supplementary runs rules", *Computers & Industrial Engineering*, 49, 1, 76-97, 2005.