

Araştırma Makalesi / Research Article

COMPARISON OF TWO AND THREE DIMENSIONAL NONLINEAR FINITE ELEMENT ANALYSIS OF STRENGTHENED REINFORCED CONCRETE BEAM BY USING STEEL PLATE

Güray ARSLAN*, Filiz SEVÜK, İbrahim EKİZ

Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Yıldız-İSTANBUL

Geliş/Received: 09.03.2005 Kabul/Accepted: 02.01.2006

ABSTRACT

An existing reinforced concrete (RC) members and/or structures may be damaged by chemical processes due to aggressive environment, excessive loading and poor initial design. Nowadays, lots of effective and simple strengthening methods have been available. These methods are bonding with steel plates or fiber reinforced polymer (FRP) sheets, external prestressing and additional concreting. Generally, the shear and bond failure due to the combined action of shear and flexural moment is relatively brittle in strengthened damaged slender reinforced concrete beams by using steel plate. In this study, providing two and three dimensional nonlinear finite element analysis, the whole load-deflection behavior of the beams have been analyzed and the main results of the numerical analyses are compared with the experimental results of RC beams to demonstrate how accurately the two and three dimensional solutions for beams predicts the load carrying capacity. In addition, two dimensional finite element nonlinear analysis steel stress and strain are compared with three dimensional analyses along the steel plate.

Keywords: Reinforced concrete, steel plate, repaired and strengthened, finite element analysis, load carrying capacity.

ÇELİK PLAKA İLE GÜÇLENDİRİLMİŞ BETONARME KİRİŞİN İKİ VE ÜÇ BOYUTLU SONLU ELEMAN ÇÖZÜMLELERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

ÖZET

Betonarme elemanlar ve/veya yapılarda kullanım amacının değişmesi, çevre şartlarının etkisi veya yeterli mühendislik hizmeti almamış olması gibi nedenlerle onarım ve/veya güçlendirme gereği ortaya çıkabilmektedir. Günümüzde oldukça pratik onarım ve güçlendirme yöntemleri bulunmaktadır. Bu yöntemlerden en çok kullanılanlar; kirişlere çelik plakalar veya fiber donatılı polimer plaklar, dıştan öngerme ve betonarme kısım ilave edilmesidir. Çelik plaka ile güçlendirilen betonarme narin kirişlerde; kesme-aderans sınırlaması ile göçme oluşumu yaygındır. Söz konusu göçme mekanizmaları, küçük şekil değiştirmelerle oluşabilen bir kırılma biçimidir; âni ve gevrek olarak ortaya çıkar. Bu çalışmada, referans kirişi (K13REF) ile onarılan ve kiriş alt yüzüne çelik plaka yerleştirilerek güçlendirilen (K13S2) betonarme kirişin iki boyutlu [1] ve üç boyutlu [2] sonlu eleman çözümleri karşılaştırılmış ve çözümlerinin yük-yer değiştirme kapasitesine etkisi olup olmadığı; eğer var ise, hangi eğilimde olduğu incelenmiştir. Ayrıca; her iki çözümlere için çelik plaka uzunluğu boyunca gerilme ve şekil değiştirme dağılımları karşılaştırılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Betonarme, çelik plaka, onarım ve güçlendirme, sonlu eleman çözümleri, yük taşıma kapasitesi.

* Sorumlu Yazar/Corresponding Autor: e-mail/e-ileti: aguray@yildiz.edu.tr, tel: (0212) 259 70 70 / 2738

1. GİRİŞ

Mevcut betonarme yapılarda ve/veya elemanlarda çevre şartları etkisi, aşırı yüklenme ve tasarım yükünün düşük alınması nedeni ile onarım ve/veya güçlendirme gereği ortaya çıkabilir. Yapı ve/veya elemanı yıkip yeniden yapmak yerine çevresel ve ekonomik nedenlerle onarım ve/veya güçlendirme gereği tercih edilebilmektedir. Kirişlerin onarım ve/veya güçlendirilmesinde pratik yöntemler mevcuttur. Bu yöntemler; kirişlere çelik plakalar [1-11] veya fiber donatılı polimer plakalar [12-14], dıştan öngerme [15-17] ve betonarme kısım ilave edilmesidir [18-19]. Kolay yapım, yapımda çalışabilirlik ve plaka aderansı sırasında yapının toplam boyut değişiminin sınırlı olması gibi avantajlar nedeni ile plaka yapıştırma tekniği tercih edilebilir. Bu durum tüm yapılar için hem mimari, hem de fiziksel bir zorunluluktur.

Betonarme narin kirişlerin onarım ve güçlendirilmesinde çelik plakaların kullanılması, L'Hermite ve Bresson'in [3] öncü sayılan çalışmalarından zamanımıza kadar geçen sürede yaygın olarak kullanılır hâle gelmiştir. MacDonald ve Calder [4] tarafından yapılan çalışmada, kirişlerin çekme yüzüne çelik plaka yapıştırılmasının elemanın davranışına etkisi araştırılmıştır. Hamoush ve Ahmad [5] çalışmasında; çelik plaka ve yapıştırıcı arasındaki kayma gerilmelerinden çelik plakanın ayrılması ile oluşan göçmeyi tahmin etmek için sonlu elemanlar yöntemini kullanmıştır. Swamy vd. [6] tarafından yapılan çalışmada ise; çelik plaka yapıştırılmasının betonarme kirişlerin ilk çatlama yüküne, çatlak şekline, yer değiştirmesine, kullanılabilirliğine ve göçme dayanımına katkısını araştırmıştır. Bazı araştırmacılar, çelik plaka ile eğilmeye karşı onarım ve güçlendirilmesi yapılan betonarme kirişlerin eğilme rijitliği artarken, elemanın çatlama ve göçme yük taşıma kapasitesine ulaştığında, yer değiştirme yeteneğinin azalmakta olduğunu işaret etmektedir. Bir başka ifade ile eğilme dayanımı ve rijitliğindeki kazanım, süneklikteki azalma ile sonuçlandığı işaret edilmektedir [1,7-9].

Onarılan ve/veya güçlendirilen betonarme elemanlarda, kesit ve malzeme özellikleri parametrelerinin çokluğu göçme dayanımı tahminini zorlaştırmaktadır. Çelik plaka ile güçlendirilen narin kirişlerin göçme ve çatlama dayanımı, beton basınç dayanımı, kesme donatısı oranı ve akma dayanımı, boyuna donatı akma dayanımı, eğilme donatısı oranı, kesme açıklığının kiriş etkili derinliğine oranı, kullanılan çelik plakaların alanı, yeri ve akma mukavemeti, çelik plakaların kenetlenme uzunluğu ve epoksi reçinesinin mekanik özelliklerine bağlıdır [9]. Sevük [10] tarafından yapılan deneysel çalışmada, eğilme göçmesi ile güç tükenmesi oluşan kirişlere beş farklı güçlendirme modeli kullanılarak, kirişlerin göçme şekli, enerji tüketme kapasiteleri ve rijitlik değişimleri karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada; söz konusu deney kirişlerinden K13REF ve yalnızca alt yüzüne çelik plaka yerleştirilen K13S2 betonarme kirişinin iki boyutlu (2D) ve üç boyutlu (3D) doğrusal olmayan sonlu eleman çözümlenmeleri incelenmiştir. Çelik plaka uzunluğu boyunca plakadaki gerilme ve şekil değiştirme dağılımının değişimi karşılaştırılmıştır.

2. ELEMANLARIN ÖZELLİKLERİ

Deneylerde, eğilme göçmesi ile güç tükenmesi oluşan referans kirişinde, ters yük uygulanarak kalıcı sehim kısmen düzeltilmiştir. Çatlaklara epoksi ile onarım uygulandıktan sonra, pürüzlendirilip temizlenerek, yağ ve tozdan arındırılan kiriş alt yüzeyine ve çelik levhaya epoksi reçinesi astar tabakası uygulanmıştır. Levha üzerine 2-2.5 mm kalınlığında yapıştırma harcı sürülmüş ve kiriş üzerine yerleştirilerek sıkıştırılmıştır. Onarılmış ve güçlendirilmiş betonarme kiriş, referans kiriş ile aynı yüklenme düzeneği ve benzer ölçüm sistemi kullanılarak denenmiştir [10].

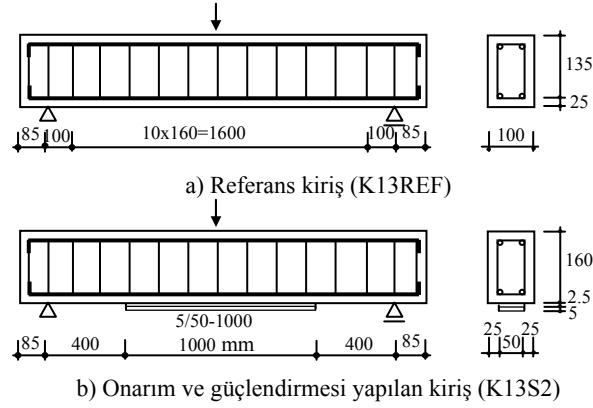
Beton karışımında maksimum agrega çapı 16 mm ve betonun ortalama tek eksenli basınç dayanımı 32.4 MPa'dır. Çelik plakanın akma dayanımı 286 MPa ve kopma dayanımı 420 MPa'dır. Betonarme kirişte; çekme donatısı 2φ12, basınç donatısı 2φ8 ve 6 mm çaplı 160 mm aralıkla kesme donatısı kullanılmıştır. Söz konusu kirişte kullanılan donatıların geometrik ve mekanik özellikleri Çizelge 1'de verilmiştir [9].

Comparison of Two and Three Dimensional ...

Çizelge 1. Donatı çubuklarının malzeme özellikleri

Donatı çubuğu çapı (mm)	Akma dayanımı (MPa)	Çekme dayanımı (MPa)
φ12	280	397
φ8	334	517
φ6	530.5	593

Sonlu eleman çözümlerinde kullanılan referans kirişin (K13REF) kesit geometrisi ve donatıları Şekil 1a'da, onarım ve güçlendirmesi yapılan K13S2 kirişinin kesit geometrisi, donatıları ve çelik plaka boyutları Şekil 1b'de görülmektedir [10].



Şekil 1. Betonarme kirişlerin geometrik özellikleri [10]

Çelik plaka ile güçlendirilen betonarme kirişte; hasar, kiriş alt yüzeyindeki çelik plakanın yapıştırma harcından sıyrılması ile oluşmaktadır. Bunun nedeni yapıştırma harcı ile çelik plaka ve beton yüzey arasındaki aderansın yeterli olmaması ve yük arttığında yapıştırıcıdaki gerilme yığılması artışı olduğu düşünülebilir. Çelik plaka sıyrılması ile göçmenin önlenmesi için, çelik plaka uçlarının mevcut donatıya kaynaklanması veya kelepçelenerek kiriş yüzüne tutturulmasının şeklinde güçlendirmenin daha etkin olacağı düşünülmektedir [1].

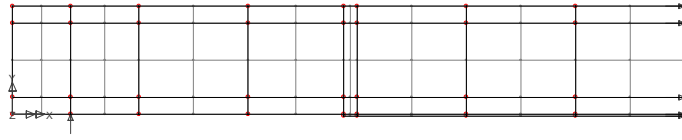
3. SONLU ELEMAN ÇÖZÜMLEMELERİ

Güçlendirilmiş betonarme kirişler ile ilgili olarak geçen 20 yıllık zaman süresinde gerilme dağılımları ve göçme şeklini açıklamak için çok sayıda sayısal çözümleme yapılmıştır. Mevcut çözümler, sadece doğrusal elastik malzemeler için kullanılmıştır [11]. Yang vd. [20] tarafından yapılan çalışmada ise, doğrusal elastik sonlu eleman çözümlerinde, ayrık (discrete) çatlak yaklaşımı temel alınarak fiber plaka yapıştırılan betonarme kirişlerin davranışları araştırılmıştır. Betonun doğrusal olmayan davranışı ve eğilme yüzeyleri ile ilgili sayısal sonuçlara literatürde rastlanmamıştır [21].

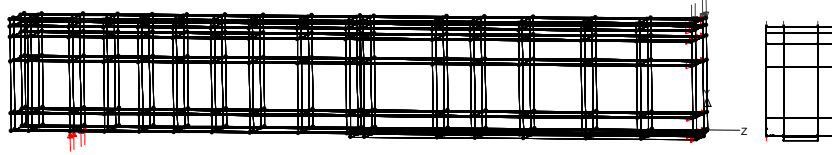
Bu çalışmada, referans kiriş ile onarılan ve güçlendirilen betonarme kirişin LUSAS [22] programı ile elde edilir. İki boyutlu [1] ve üç boyutlu [2] sonlu eleman çözümlerini karşılaştırılmış ve çözümlerinin yük-yer değiştirme kapasitesine etkisi olup olmadığı; eğer var ise, söz konusu etkinin hangi eğilimde olduğu incelenmiştir. Ayrıca, çelik plaka uzunluğu boyunca her iki çözümlemedeki gerilme dağılımı değişimleri karşılaştırılmıştır.

Çözümlenmelerde, beton için Drucker-Prager, donatılar ve çelik plaka için Tresca akma ve kırılma kriterleri kullanılmıştır. Beton ile donatı arasındaki aderansın tam olduğu

varsayılmıştır. Beton elastisite modülü $E_c = 4730\sqrt{f'_c}$ [23] eşitliği ile hesaplanmış ve poisson oranı 0.2 olarak alınmıştır. Deneysel, çatlakların genellikle kesme açıklığında olduğu düşünülürse, kesme açıklığındaki sonlu eleman boyutunun sonlu eleman çözümlerinde etkin parametrelerden biri olduğu ifade edilebilir. Çözümlerde, sonlu eleman boyutunun kesme açıklığındaki değerinin daha önceki çalışmalarda önerilen agrega çapının 2-3 katından [24-25] büyük seçilmesine özen gösterilmiştir. Drucker-Prager malzeme modelinde, beton için kohezyon her iki çözümlemede de 3.32 MPa [26] ve içsel sürtünme açısı 33° alınmıştır.



Şekil 2. İki boyutlu çözümlemede K13S2 kirişi ağ boyutu, yükleme durumu ve mesnet şartları [1]



Şekil 3. Üç boyutlu çözümlemede K13S2 kirişi ağ boyutu, yükleme durumu ve mesnet şartları [2]

Şekil 2'de iki boyutlu (2D), Şekil 3'de üç boyutlu (3D) doğrusal olmayan sonlu eleman çözümlemesi yapılan onarılmış ve güçlendirilmiş (K13S2) betonarme kirişin ağ boyutları, mesnet koşulları ve yük şekli verilmiştir. Çözümlemede, simetriden yararlanarak kirişin yarısı göz önüne alınmıştır. Enine donatı aralığı 160 mm olan kirişte, çelik plaka uzunluğu ile etriye aralıklarının aynı düzlemde oluşmamasından yataydaki sonlu eleman boyutu aralığında kısmî düzensizlikler oluşmaktadır. Bu tür düzensizliklerin oluşmadığı kısımlarda kiriş uzunluğu boyunca sonlu eleman boyutu 80 mm alınmıştır. Söz konusu değer, agrega çapının beş katına karşı gelmektedir. Arslan ve Polat [27] tarafından yapılan sayısal çalışmada, uygulanan yük doğrultusundaki sonlu eleman boyutu değişiminin (düşeyde) yük-yer değiştirme kapasitesine önemli bir etkisi olmadığı ifade edilmiştir. Bu nedenle, düşeyde sonlu eleman boyutu seçiminde, her iki çözümlemede de pas payları çıkarılmış kalan kısımda iki parçaya ayrılmıştır.

4. DENEY SONUÇLARI İLE SONLU ELEMAN UYGULAMALARININ KARŞILAŞTIRILMASI

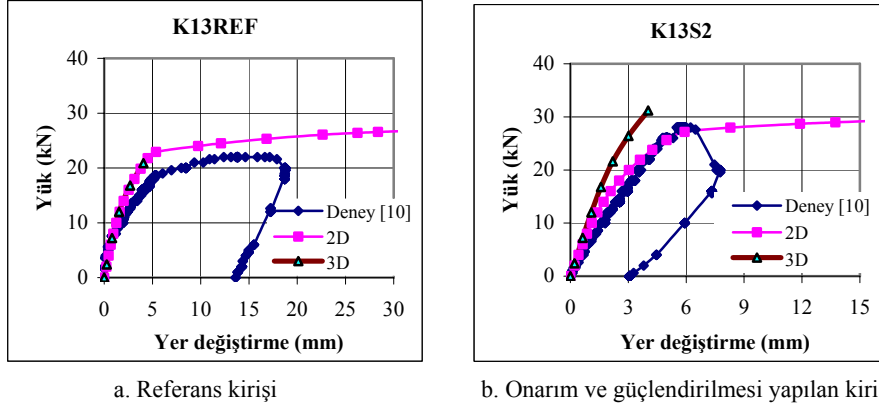
Pek çok araştırmada analitik ve deneysel yük-yer değiştirme eğrilerinin uyumluluğu ilk kriter olarak göz önüne alınmaktadır. Bu çalışmada, yük-yer değiştirme uyumluluğu karşılaştırılmış ve yük taşıma kapasitelerine ulaşmış betonarme kirişlerde rijitlik değişiminin olduğu kritik bölgedeki (çelik plaka uç noktası) gerilme ve şekil değiştirme bileşenlerinin değişimleri gözlenmiştir.

4.1. Yük-yer Değiştirme Eğrileri

Referans kirişin iki ve üç boyutlu çözümlerinde karşılaşılan temel fark, iki boyutlu çözümlemede, belirli bir yük taşıma kapasitesinden sonraki düşük yük artışı değerlerinde kiriş yer değiştirme miktarı artmaya ve kiriş yük taşımaya devam etmektedir (Şekil 4a). Bu nedenle, iki boyutlu çözümlemede; göçme yer değiştirme ve yük taşıma kapasitesinin yaklaşık tahmini mümkün olmamaktadır. Üç boyutlu çözümlemede yük-yer değiştirme ilişkisi, iki boyutlu

Comparison of Two and Three Dimensional ...

çözümleme ile hemen hemen çakıştığı görülmektedir. Her iki çözümlemelerde de yük taşıma kapasitesi deney kirişi ile oldukça uyumlu olmasına rağmen, açıklık ortası yer değiştirme miktarlarında önemli farklar mevcuttur.



Şekil 4. Yük-yer değiştirme eğrilerinin karşılaştırılması

Onarım ve güçlendirilmesi yapılan K13S2 kirişinde; deney ve iki boyutlu çözümlemelerden elde edilen yük-yer değiştirme eğrileri birbiri ile örtüşmektedir. Üç boyutlu çözümlemelerde ise; iki boyutlu çözümlemeye göre, daha rijit kiriş davranışı görülmektedir. Her iki çözümlemelerde de yük taşıma kapasitesi deney sonucu ile oldukça uyumlu olmasına rağmen açıklık ortası yer değiştirme miktarı tahmininde hata oranları yük artışı ile artmaktadır (Şekil 4b). Çizelge 2'de deney ve çözümleme sonucu yük taşıma kapasiteleri karşılaştırılmıştır.

Çizelge 2. Deney kirişleri ve çözümleme sonucu yük taşıma kapasiteleri

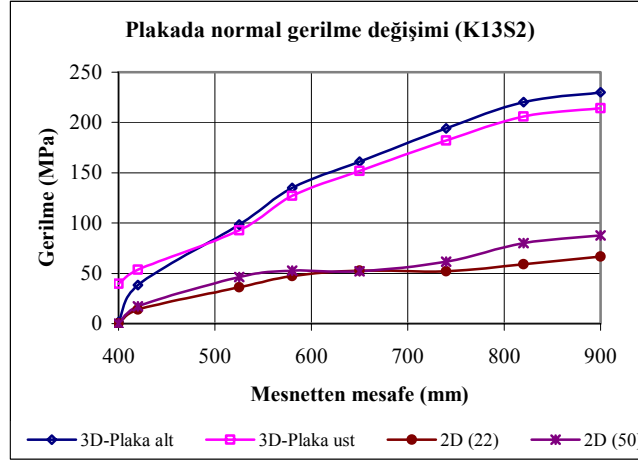
Kiriş isimleri	Deney P_u (kN)	İki boyutlu P_u^* (kN)	Üç boyutlu P_u (kN)
K13REF	22	25.98	20.87
K13S2	28	29.79	31.20

* 30 mm yer değiştirmeye karşılık gelen yük taşıma kapasitesi değeri

4.2. Çelik Plakada Gerilme-şekil Değiştirme İlişkisi

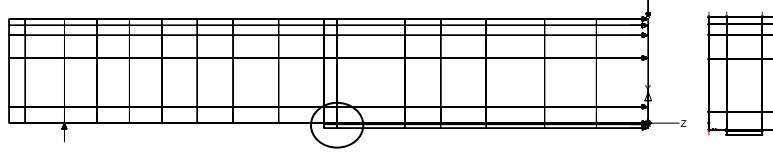
Şekil 5'de onarım ve güçlendirmesi yapılan kirişte, çelik plakanın mesnetten uzaklığı boyunca iki boyutlu ve üç boyutlu çözümlemelerden elde edilen normal gerilme değerleri karşılaştırılmıştır. Şekil 5'deki seriler tanımlanırsa; 3D-Plaka alt, üç boyutlu çözümlemelerde plaka dış yüzeyi; 3D-Plaka üst, plakanın epoksi harcı ile temas yüzeyi; 2D(22), iki boyutlu çözümlemelerde 22. artımda plaka gerilmesi; 2D(50), iki boyutlu çözümlemelerde 50. artımda plaka gerilmesidir.

Çözümlemelerde, çelik plakanın akma gerilmesine ulaşmadığı görülmektedir. İki çözümleme sonucu arasındaki temel fark, plakanın bitim noktasındaki gerilme değerleridir. Üç boyutlu çözümlemelerde; eğilme rijitliğinde ani değişim oluşan kritik bölgedeki gerilme değeri (3D-Plaka üst) ile plakanın alt kısmındaki gerilme değerleri (3D-Plaka alt) karşılaştırılmıştır. Plaka alt kısmındaki gerilme değeri yaklaşık sıfırdır. İki boyutlu çözümlemelerde ise; çelik plaka çubuk olarak tanımlanmıştır ve plakanın bittiği noktada normal gerilme değeri yaklaşık olarak sıfırdır. Açıklık ortasına yaklaştıkça plakadaki tahmini gerilme değerleri arasındaki fark açılmaktadır. İki çözümleme arasındaki söz konusu farkın oluşmasını yük-yer değiştirme eğrisinden tahmin etmek mümkündür.



Şekil 5. Çelik plakadaki gerilmelerin mesnetten uzaklık ile değişimleri

Şekil 6'da üç boyutlu sonlu eleman çözümlemesinde, çelik plaka uç bölgesi, Şekil 7a ve 7b'de bu bölgedeki gerilme ve şekil değiştirme bileşenleri görülmektedir. Çelik plaka sıyrılması ile göçme oluşması Şekil 7a'da görülebilmektedir. Epoksi harcı ile çelik plaka arasındaki ara yüzeyde gerilme ve şekil değiştirme yığılması artmaktadır. Çözümlemelerden söz konusu gerilme ve şekil değiştirme yığılmaları nedeniyle, kirişte göçmenin çelik plakanın kesitten sıyrılması ile oluşması beklenmelidir. Çelik plaka sıyrılması ile göçmenin önlenmesi için çelik plaka serbest uçlarının mevcut donatıya kaynaklanması ya da kelepçelenerek kiriş yüzüne tutturulması durumunda güçlendirmenin daha etkin olacağı düşünülmektedir [1].



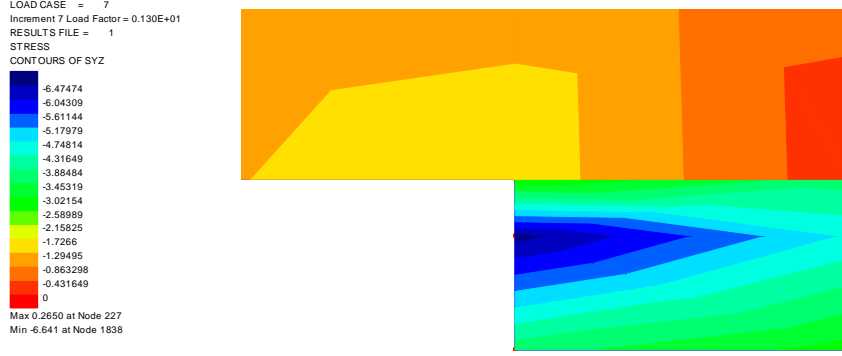
Şekil 6. y-z düzleminde K13S2 kirişı aę boyutu ve detay alınan kritik bölge

5. SONUÇLAR

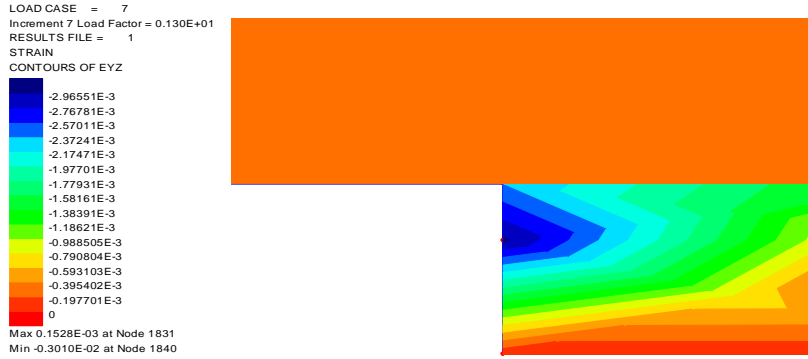
Kesit ve malzeme özellikleri ile yük-yer değiştirme eğrileri bilinen K13REF ve çelik plaka ile güçlendirilmiş K13S2 kirişlerinin iki boyutlu ve üç boyutlu doğrusal olmayan sonlu eleman çözümleri karşılaştırılmıştır. Çözümlemelerde, yük taşıma kapasitesi tahminleri, yük-yer değiştirme eğrilerinin uyumluluğu ve çelik plaka uzunluğu boyunca gerilme-şekil değiştirme dağılışı değerlendirildiğinde;

- Pek çok araştırmada uygulanan toplam yük-yer değiştirme eğrileri ile deney sonuçlarının uyumluluğu ilk kriter olarak göz önüne alındığından, K13REF kirişinin iki ve üç boyutlu çözümleme sonuçları arasında önemli fark olmadığı söylenebilir.
- Her iki çözümlemelerde de, çelik plakanın akma gerilmesine ulaşmadığı görülmektedir. Kirişe yapıştırılan çelik plakanın geometrik ve mekanik özellikleri değiştirilerek plaka sıyrılmasının oluşmasını önleyecek gerilme dağılımı elde edilebilir.

Comparison of Two and Three Dimensional ...



a) τ_{yz} gerilme dağılışı



b) ϵ_{yz} şekil değiştirme dağılışı

Şekil 7. Üç boyutlu çözümlerde çelik plaka uç bölgesi ve bu bölgedeki bileşenler

- K13S2 kirişinin iki ve üç boyutlu çözümlerinden bulunan plakadaki gerilmeler karşılaştırıldığında, tahmini gerilme değerleri arasında önemli sayılabilecek farklar ortaya çıkmaktadır. Açıklık ortasına yaklaştıkça plakadaki tahmini gerilme değerleri arasındaki fark açılmaktadır. Kirişin yük-yer değiştirme ilişkisi incelendiğinde yük taşıma kapasitesi artışı ile plakadaki tahmini gerilme farklılığının oluşması muhtemel görülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Arslan G., Sevek F. ve Ekiz I., "Contribution of different parameters on the performance of steel plated RC beams", 12th International Conference on Composites/Nano Engineering (ICCE-12), August 1-6, 2005, Tenerife, Spain.
- [2] Arslan G. ve Sevek F., "Finite element analysis of retrofitted RC beams by using steel plate", International Conference on Concrete Repair, Rehabilitation and Retrofitting, 12th International Conference on Composites/Nano Engineering (ICCE-12), August 1-6, 2005, Tenerife, Spain.
- [3] L'Hermite R. ve Bresson J., "Concrete reinforced with glued plates", RILEM International Symposium, Synthetic Resins in Building Construction, Paris, 175-203, 1967.

- [4] MacDonald M.D. ve Calder A.J.J., “Bonded steel plating for strengthening concrete structures”, *Int. J. Adhes.*, 2(2), 119-127, 1982.
- [5] Hamoush S.H. ve Ahmad S.H., “Debonding of steel-plate-strengthened concrete beams”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 116(2), 356-371, 1990.
- [6] Swamy R.N., Jones R. ve Bloxham J.W., “Structural behavior of reinforced concrete beams strengthened by epoxy-bonded steel plates”, *Structural Engineer*, 65(2), 59-68, 1987.
- [7] Saadatmanesh H. ve Ehsani M.R., “RC beams strengthened with GFRP plates. I: Experimental study”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, 117(11), 3417-3433, 1991.
- [8] Almusallam T.H. ve Al-Salloum. Y.A., “Ultimate strength prediction for RC beams externally strengthened by composite materials”, *Composites: Part B*, 32, 609-619, 2001.
- [9] Sevuk F. ve Arslan G., “Retrofit of damaged reinforced concrete beams by using steel plate”, *Structures Congress*, ASCE, New York, USA, April 21-23, 2005.
- [10] Sevük, F., “Yapı hasarları ve hasarların iyileştirilmesi üzerine bir inceleme”, Doktora tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2000.
- [11] Smith S.T. ve Teng J.G., “Interfacial stresses in plated beams”, *Engineering Structures*, 23, 857-871, 2001.
- [12] Triantafillou T. C., Plevris N. “Strengthening of RC beams with epoxy-bonded fibre-composite materials”, *Mater Struct*, 25, 201-211, 1992.
- [13] Meier U. “Strengthening of structures using carbon fibre/epoxy composites”, *Constr Build Mater*, 9(6), 341-351, 1995.
- [14] Swamy R.N. ve Mukhopadhyaya P., “Debonding of carbon-fibre reinforced polymer plate from concrete beams”, *Proc Inst Civil Engrs Struct Buildings*, 134, 301-317, 1999.
- [15] Du G. ve Tao X., “Ultimate stress of unbonded tendons in partially prestressed concrete beams”, *P.C.I.J.*, 30(6), 72-91, 1985.
- [16] Alkhairi F. M. ve Naaman A.E., “Analysis of beams prestressed with unbonded internal or external Tendons”, *ASCE*, 119(9), 2680-2700, 1993.
- [17] Cairns J. ve Rafeeqi F. A., “Behaviour of reinforced concrete beams strengthened by external unbonded reinforcement”, *Construction and Building Materials*, 11(5), 309-317, 1997.
- [18] Can H. ve Tankut T., “Ağır hasar görmüş betonarme kirişlerin eğilme için onarımı”, *İMO Teknik Dergi*, 5(2), 309-317, 1991.
- [19] Can H., “Deprem etkisindeki betonarme kirişlerin onarımı”, *İMO Teknik Dergi*, 2(2), 771-782, 1994.
- [20] Yang Z.J. Chen J.F. ve Proverbs D., “Finite element modeling of concrete cover separations failure in FRP plated beams”, *Construction and Building Materials*, 17, 3-13, 2003.
- [21] Ye J.Q., “Interfacial shear transfer of RC beams strengthened by bonded composite plates”, *Cement & Concrete Composites*, 23, 411-417, 2001.
- [22] LUSAS, Finite Element System, Examples Manual, Version 13.6, FEA Ltd., United Kingdom, 2006.
- [23] ACI Committee 318, “Building code for structural concrete (318R-2002) and commentary (318R-2002)”, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.
- [24] Bazant Z. P. ve Oh B., “Crack band theory for fracture of concrete”, *Materiaux et Constructions*, 16(93), 155-177, 1983.
- [25] Bedard C. ve Kotsovos M.D., “Fracture process of concrete for NLFEA methods”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, 112(3), 573-586, 1986.
- [26] Arslan, G., “Tersinir yükler altında betonarme çubukların kesme mukavemeti”, Doktora Tez Raporu6, YTÜ, 2004.
- [27] Arslan G. ve Polat Z., “Yüksek beton mukavemetli betonarme kirişlerde uygun sonlu eleman boyutları”, *İTU Dergisi*, 3(1), 22-28, 2004.