

NUMERICAL SOLUTION OF ONE-DIMENSIONAL WAVE EQUATION IN MULTILAYERED FUNCTIONALLY GRADED MATERIALS

Bülent KÖKLÜCE *, İbrahim ABU-ALSHAIKH, Tuğba YILDIZ

Fatih Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Büyükdere-İSTANBUL

Geliş/Received: 17.03.2005 Kabul/Accepted: 03.10.2005

ABSTRACT

In this study, one-dimensional transient waves in multilayered functionally gradient media is investigated. The multilayered medium consists of N different layers of functionally graded materials (FGMs), i.e., it is assumed that the stiffness and the density of each layer are varying continuously in the direction perpendicular to the layering, but isotropic and homogeneous in the other two directions. The top surface of the layered medium is subjected to a dynamic uniform time-dependent normal stress; whereas, the lower surface of the layered medium is assumed to be free of surface traction or fixed. Moreover, the multilayered medium is assumed to be initially at rest and its layers are assumed to be perfectly bonded to each other. The method of characteristics is employed to obtain the solutions of this initial-boundary value problem. These solutions are obtained by developing a FORTRAN code, then results are displayed in curves which are discussed in details. By suitably adjusting material constants, solutions for the case of isotropic, homogenous and linearly elastic multilayered media and for some special cases including FGM layers, are also obtained. Solutions for some special cases are compared with the existing solutions in literature; very good agreement is found.

Keywords: One-dimensional wave propagation, Functionally graded materials (FGMs), Method of characteristics.

MSC number/numarası: 74H15, 73Jxx, 65M25.

FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ TABAKASAL MALZEMELERDE BİR-BOYUTLU DALGA DENKLEMİNİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ

ÖZET

Bu çalışmada, çok tabakalı fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde (FDM'lerde) bir-boyutlu dalga yayılımı ele alınmıştır. Tabakasal ortam N -farklı FDM'den oluşmaktadır, yani her bir tabakanın sertliği ve yoğunluğunun devamlı olarak tabakalaşmaya dik yönde değiştiği, fakat diğer iki yönde izotrop ve homojen olduğu varsayılmıştır. Tabakasal ortamın üst yüzeyi düzenli zamana-bağlı dik yüzey gerilmelerine maruzdur; alt yüzeyse serbest, tespit edilmiş veya üst yüzeydekine benzer şekilde yüzey gerilmelerine maruz bırakılmış olabilir. Buna ek olarak çoklu tabakasal ortamın başlangıçta sükunet halinde olduğu ve her bir tabakanın birbirine çok iyi şekilde yapıştırılmış olduğu varsayılmıştır. Başlangıç-sınır değer probleminin çözümlerini elde etmek için karakteristikler yöntemi kullanılmıştır. Nümerik çözümlerin elde edilmesi için hazırlanan FORTRAN programı kullanılmıştır. Malzeme sabitleri uygun şekilde ayarlanarak, izotrop, homojen ve doğrusal elastik çoklu tabaka durumları için çözümler bulundu. Ayrıca FDM'ler için çözümler elde edildi. Bazı özel durumlar için elde edilen sonuçlar daha önce literatürde yapılmış olan çalışmalarındaki sonuçlarla karşılaştırıldı ve bunların arasında iyi bir uyumluluk gözlemlendi.

Anahtar Sözcükler: Bir boyutlu dalga yayılımı, Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM'ler), Karakteristikler yöntemi.

* Sorumlu Yazar/Corresponding Autor: e-posta: bkokluce@fatih.edu.tr, tel: (0212) 889 08 10 / 2006

1. GİRİŞ

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM'ler) termal ve mekaniksel özellikleri makroskopik ölçekte devamlı değişiklik gösteren yeni kuşak mühendislik malzemelerdir. FDM'lerin kullanımı ilk olarak 80'li yılların ortalarında uzay araçlarının yüksek ısıya maruz kalan bölgelerindeki metali, korozyon, oksidasyon ve aşınmaya karşı koruyan homojen seramik tabakanın yüksek ısıl gerilme sorunuyla karşılaşması sonucu bu sorunun giderilmesi amacıyla Japonya da yapılan çalışmalarla başlamıştır [1]. Kısa zamanda yapılan bilimsel çalışmalar FDM'lerin son on yılda giderek artan oranda yapısal uygulamalarda kullanılması sonucunu doğurmuştur. Uzay araçlarıyla birlikte endüstriyel malzemelerde, optoelektronik alanlarda FDM'ler günümüzde sıklıkla kullanılmaktadır [1]. Ayrıca bambu, Hindistan cevizi yaprakları, insan vücudundaki kemikler ve dişlerde de böyle bir yapının olduğu gözlenmiştir. FDM'ler fiziksel ve kimyasal özellikleri birbirinden farklı iki madde arasında farklı ısıl genişleme katsayılarından dolayı oluşan ısıl gerilmelerini derecelendirilmiş yapılarıyla azaltan ve iki madde arasında fiziksel veya kimyasal özelliklerdeki ani değişimlerden dolayı ortaya çıkabilecek olumsuzlukları minimuma indiren bir yapıya sahiptirler. Tanigawa [2] ve Noda [3] nın makalelerindeki basınçlı nükleer reaktör borularındaki yapı FDM'lerin kullanımına ayrı bir örnektir. Bu tür çalışmalarda FDM'lerin metalik-zengin bölgesi düşük bir ısıya, seramik-zengin bölgesi yüksek ısı derecesine tabi tutulmuştur. FDM'lerin bilimi ve teknolojisi konusu Miyamoto ve diğerleri [4], Suresh ve Mortensen'in [5] kitaplarında geniş şekilde ele alınmıştır.

Homojen olmayan FDM'lerin malzeme özelliklerinin bir veya daha fazla uzay değişkenlerinin birer fonksiyonu olduğu göz önüne alındığında, FDM'lerle ilişkili olan dalga yayılım problemlerinin bir kısım sayısal yaklaşımlar kullanılmadan analiz edilmesinin oldukça zor olduğu anlaşılmıştır. Kesme veya normal gerilmelere tabi tutulan bir FDM tabakasında bir boyutlu stres dalga yayılımı problemlerinin sayısal çözümleri yakın zamanda Liu ve diğerleri [6], Han ve diğerleri [7-8], ve Chiu ve Erdoğan [9] tarafından ele alınmıştır. Bu çalışmalarda malzeme özellikleri kalınlık yönünde değişken olup, FDM tabakasının, lineer homojen olmayan elemanlara ya da kuadratik homojen olmayan elemanlara bölündüğü varsayılmıştır. [7-8] de elastik sabitler ve kütle yoğunluğunun kalınlık yönünde lineer veya kuadratik değiştiği, buna rağmen [9] da FDM tabakasının kalınlık yönündeki malzeme özelliklerinin lineer bir ifadenin üsleri şeklinde ifade edilebilecek bir tür denkleme bağlı olarak kullanılmıştır.

Çalışmamızda, sonuçları elde etmek için karakteristikler yöntemi kullanılmıştır. Bu metod daha önce etkin bir biçimde çok tabakalı düzlemde, silindirik ya da küresel tabakalı ortamlarda bir ya da iki boyutlu geçici dalga yayılımı problemlerinin çözümünün araştırılmasında kullanılmıştır. Yine karakteristikler yöntemini Fourier dönüşüm tekniği ile birleştiren bir sayısal yöntemin uygulanarak elde edildiği bir teknik ilk olarak Mengi ve Tanrıku [10] tarafından ortaya konmuş, daha sonra Abu-Alshaiikh, Turhan ve Mengi [11-12] tarafından düzlem viskoelastik tabakasal ortamlarda iki-boyutlu geçici dalga yayılımı problemlerinin incelenmesinde kullanılmıştır. Ayrıca bu bileşik yöntemin iki boyutlu FDM'lerde dalga problemlerinin çözümünde başarılı şekilde uygulanabileceğini tahmin ediyoruz. Karakteristikler yöntemi, dalga cephesi civarında alan değişkenlerindeki keskin değişimleri doğru olarak tanımlayabilmektedir. Böylece, FDM'lerde bir boyutlu geçici dalga yayılımı problemlerinde uygun bir şekilde kullanılabilir.

2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Bu çalışmada, göz önüne alınan tabakasal ortam H kalınlığında olup N -farklı FDM tabakadan oluşmaktadır, Şekil 1. Tabakasal ortam bir (x, y, z) kartezyen koordinat sistemine göre belirtilmiş olup, xy – düzlemi üst yüzeyle çakışık, z -ekseni ise aşağıya doğru doğrultulmuştur. Her bir tabakanın malzeme özellikleri z – ekseni yönünde devamlı değişmektedir, fakat diğer iki yönde izotrop ve homojen kalmaktadır. Tabakasal ortamın üst yüzeyi düzenli, zamana-bağlı dik

Numerical Solution of One-Dimensional Wave ...

yüzey gerilmelerine maruzdur; alt yüzeyse serbest, tespit edilmiş veya üst yüzeydekine benzer şekilde yüzey gerilmelerine maruz bırakılabilir. FDM tabakalarının birbirlerine çok iyi bir şekilde ilintili oldukları ve tabakasal ortamın başlangıçta sükûnet halinde olduğu varsayılmıştır.

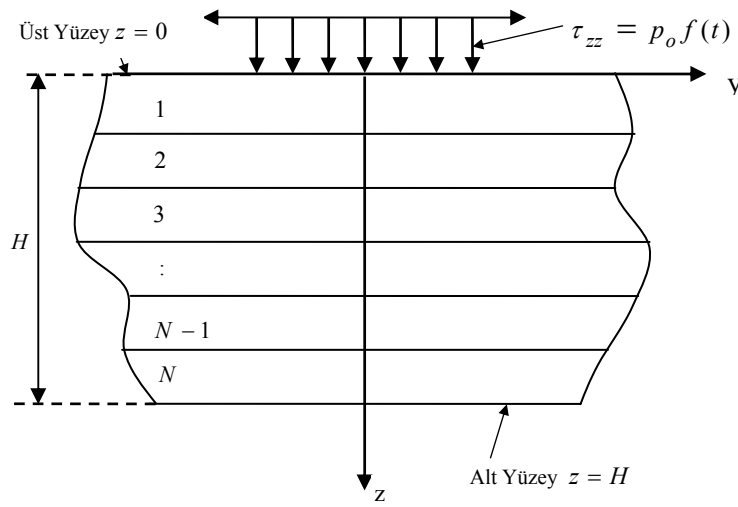
Bu durumda problem bir-boyutlu düzlem gerilme problemidir; yer değiştirme bileşenleri, u_x, u_y , özdeş olarak sıfırdır, z -yönündeki yer değiştirme bileşeni $u = u_z$ ise sadece z ve t 'nin fonksiyonudur, yani

$$u = u(z, t), \quad u_x = u_y = 0. \quad (1)$$

Tipik bir FDM tabaka için gerilme hareket denklemleri, kütle kuvvetlerinin yokluğu durumunda,

$$\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial v}{\partial t}, \quad (2)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, τ_{zz} z -yönündeki normal gerilme bileşenini, ρ tipik tabakanın kütle



Şekil 1. FDM düzlem tabakasal ortamı

yoğunluğunu ve v ise z -yönündeki parçacık hızı bileşenini göstermektedir, dolayısıyla;

$$v = \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (3)$$

Birim şekil değiştirme bileşeni ε_{zz} , yer değiştirme bileşeni u ile

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (4)$$

şeklinde bağlantılıdır. Tabakaların izotrop, homojen ve elastik olduğu varsayılmıştır; bünye denklemi

$$\tau_{zz} = c\varepsilon_{zz}, \quad (5)$$

olarak elde edilir. Bu denklemlerde sertlik c ($c = 2\mu + \lambda$) ve kütle yoğunluğu ρ , z - yönünde değişken, fakat x ve y - yönlerinde homojen ve izotrop turlar, öyle ki, a, b ve b_ρ tipik FDM tabaka için boyutsuz derecelendirilmiş sabitlerini (graded constants), c_0 ($c_0 = 2\mu_0 + \lambda_0$) ve ρ_0 sırasıyla tabakanın belirtilen bir yüzeyin sertlik ve kütle yoğunluğunu göstermek üzere

$$c = (2\mu_0 + \lambda_0)(a + bz)^m, \quad \rho = \rho_0(a + b_\rho z)^n \quad (6)$$

dir.

Bu genel formülümüzün benzerleri daha önce $a = 1, m = n = 1$ özel hali için [6] da, $a = 1, m = n = 2$ için [7-8] de ve $a = 1, b = b_\rho$ için [9] da kullanılmıştır. Burada bilindiği üzere μ ve λ kayma modülleri (Lamie sabitleri) dir. Bu formülü kullanmamızın sebebi bunun birden fazla FDM tabakası içeren çok tabakalı bir ortam için de kullanıma uygun olmasıdır. İki denkleme kadar olan denklemler yer değiştirme bileşeni u 'ya göre bir tek denklemde (bir boyutlu dalga-denkleme) birleştirilirse

$$c \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{dc}{dz} \frac{\partial u}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (7)$$

elde edilir.

Çalışmamızda, sınır, ara yüzey ve başlangıç şartlarını sağlayan denklem (7) yi çözmek istiyoruz. Çok tabakalı ortamın üst yüzeyindeki ($z = 0$) sınır değer şartı,

$$\tau_{zz}(0, t) = -p_0 f(t), \quad (8)$$

şeklinde tanımlanan zamana-bağlı basınçtır. Burada p_0 , uygulanan basıncın genliği, $f(t)$ ise t nin tanımlanmış fonksiyonudur. Alt yüzey ise ($z = H$) serbest, sabitlenmiş veya üst yüzeyin maruz kaldığı yüzey gerilmelerine uğramış olabilir. Dolayısıyla, serbest ve sabitlenmiş sınır şartları aşağıdaki gibidir.

$$\tau_{zz}(H, t) = 0 \quad \text{veya} \quad u(H, t) = 0. \quad (9)$$

Çalışmamızda kullandığımız yöntemde sınır şartları için değişik seçenekler ele alınabilir, örneğin; üst yüzeyde de alt yüzeydekine benzer yüzey gerilmeleri veya her iki yüzeyde de karışık-karışık sınır şartları gibi durumlar ele alınabilir. Üst yüzeyde denklem (8), yerine (9), alt yüzeyde de denklem (9) yerine (8) kullanılabilir. Çoklu tabakasal ortamın tabakalarının birbirlerine mükemmel olarak ilintili oldukları varsayıldı; dolayısıyla, tabaka ara yüzeylerinde τ_{zz} , u süreklidirler. Çoklu tabakasal ortamın başlangıçta sükûnet halinde olduğu kabul edilmiştir; bundan ötürü, bütün alan değişkenleri $t \leq 0$ durumunda sıfırdır. Böylelikle problemin formülasyonu tamamlanmıştır.

Çoklu tabakasal ortamın davranışını tanımlayan denklemler, (2-5), şimdi her bir tabakaya uygulanacak ve çözümlerin ara yüzey şartlarını, alt ve üst yüzeylerde de sınır şartlarını, (8, 9) ve sükûnet hali başlangıç şartlarını sağlaması istenecektir.

3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Problemin çözümü karakteristikler yöntemi kullanılarak elde edildi. Bu teknik öncelikle kuadratik hiperbolik diferansiyel denklemi (7) yi, (2-5) denklemlerini göz önünde bulundurarak birinci

Numerical Solution of One-Dimensional Wave ...

mertebeden kısmî diferansiyel denklemlerin bir sistemi olarak yazmayı içerir ki, bunun matris formda yazımı

$$\underset{\sim}{A}U_{,t} + \underset{\sim}{B}U_{,z} + \underset{\sim}{D}U = 0 \quad (10)$$

şeklinde dir. Burada $\underset{\sim}{I}$, (4×4) lük birim matris olmak üzere $\underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{I}$ dir. Onuncu denklemdeki $\underset{\sim}{B}$,

üç elemanı $b_{14} = -c$, $b_{24} = -1$, $b_{42} = \frac{-c}{\rho}$ hariç diğer bütün elemanları 0 olan (4×4) lük bir

kare matris, $\underset{\sim}{D}$, $d_{34} = -1$, $d_{42} = \frac{-1}{\rho} \frac{dc}{dz}$ elemanları hariç diğer elemanları 0 olan 4-boyutlu

kolon vektördür. $\underset{\sim}{U}$ ise elemanları bilinmeyen alan değişkenleri olan 4-boyutlu kolon vektörü göstermekte olup

$$\underset{\sim}{U} = (\tau_{zz}, \varepsilon_{zz}, u, v)^T, \quad (11)$$

şeklinde ifade edilebilir; burada T , transpoze anlamına gelmektedir. Denklem (10) daki virgül kısmî türevi belirtmektedir yani;

$$\underset{\sim}{U}_{,t} = \frac{\partial \underset{\sim}{U}}{\partial t}, \quad \underset{\sim}{U}_{,z} = \frac{\partial \underset{\sim}{U}}{\partial z}, \quad (12)$$

Sürecin ikinci adımı çözümün bulunmasını içerir. Bu, her bir tabaka için denklem (10) un sınır yüzeylerinde sınır şartlarını, (8-9), ara yüzeylerde ara yüzey şartlarını ve sıfır başlangıç şartlarını sağlayan çözümlerinin bulunmasını gerektirir. Davranışı tanımlayan denklem takımı, (10), hiperboliktir, [10-12] de açık bir biçimde anlatıldığı gibi, karakteristik eğriler boyunca geçerli olan kanonik denklemler adım-adım bir integrasyon süreci ile aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\begin{aligned} -c_p \frac{d\varepsilon_{zz}}{dt} + \frac{dv}{dt} - \frac{\varepsilon_{zz}}{\rho} \frac{dc}{dz} = 0, \quad c_p \frac{d\varepsilon_{zz}}{dt} + \frac{dv}{dt} - \frac{\varepsilon_{zz}}{\rho} \frac{dc}{dz} = 0, \\ \frac{d\tau_{zz}}{dt} - c \frac{d\varepsilon_{zz}}{dt} = 0, \quad \frac{du}{dt} - v = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

burada c_p basınç dalgasının hızıdır, öyle ki;

$$c_p = \sqrt{\frac{c}{\rho}} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{(2\mu_0 + \lambda_0)(a + bz)^m}{\rho_0 (a + b_\rho z)^n}}. \quad (14)$$

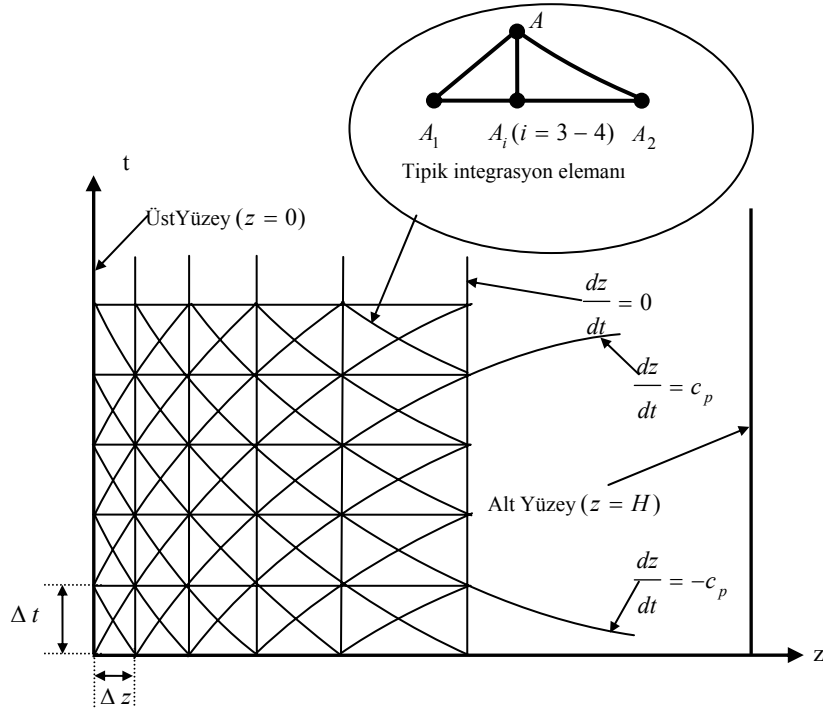
Onüçüncü denklemin birinci ve ikinci denklemleri sırasıyla c_p ve $-c_p$ olan eğriler ailesi boyunca geçerlidir, Şekil 2 . Halbuki 13. denklemin son iki denklemleri şekil 2 deki t eksenine paralel olan aile boyunca geçerlidir. Denklem (13) te görüldüğü gibi dalganın hızı z 'ye bağımlıdır, dolayısıyla elde edilen eğriler ailesi düz değildir, şekil 2.

Sonraki bölümde sonuçları elde etmek için, şekil 2 de gösterilen ağda başlangıç şartı sıfır olan bütün alan değişkenleri z - ekseninden başlayıp $t = \Delta t$ boyunca ilerleyerek ve şekil 2

deki tipik integral elemanı kullanılarak elde edilmektedir. Önceki adımda $t = \Delta t$ üzerinde elde edilen alan değişkenleri kullanılarak $t = 2\Delta t$ boyunca aynı integral elemanı kullanılarak yeni alan değişkenleri saptanır, ve bu süreç üst-alt sınır arasında yukarı doğru, t – eksenı boyunca istenen maksimum t değerine ulaşmaya kadar sürdürülür. Dördüncü bölümdeki sonuçlar bu sayısal prosedür uygulanarak elde edildi.

4. SAYISAL SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Öncelikle, uygulanan sayısal tekniğin geçerliliğini doğrulamak amacıyla bir FDM tabakası için bir-boyutlu geçici dalga problemi çözüldü. Bu problem tek bir tabaka için bir-boyutlu geçici dalga yayılımı problemi olarak, Laplace ve Fourier transform tekniği kullanılarak Chiu ve Erdoğan tarafından çözülmüştür [9]. Bu makalede çıkarılan $m = n + 2$ özel hal için analitik çözüm ve bizim elde ettiğimiz sonuçlar arasında iyi bir uyumluluk vardır. Öyle ki bir FDM tabakası için bizim elde ettiğimiz ile bu makalede belirtilen analitik metot çözümleri arasında bağımlı hata oranı % 0.3 ün altındadır. Bu örnekte 1/2/3/4 şeklinde numaralandırılmış tabakalardan oluşan çok tabakalı bir ortama ait sonuçlarla ilgili karşılaştırmalar yapıldı. Bu uygulamalarda 4 tabakanın geometrik ve



Şekil 2. z-t düzleminde karakteristik eğrilerin ağı

madde özellikleri aynı alındı (dolayısıyla tabakalandırılmış sistem homojen veya homojen olmayan bir sistemi temsil ediyor). FDM bileşik, Alüminyum (Al) ve Silikon (SiC) dan oluşmaktadır. Tabakalı katmanın bir yüzeyi pür-alüminyum diğer yüzeyi pür-silikon ve bu iki yüzeyin arasında ise malzeme özellikleri kalınlık yönünde düzenli (smoothly) bir biçimde

devamlı değişmektedir. Maddelere ait malzeme özellikleri Çizelge 1 de verildi. Nümerik hesaplamalar sonucunda, sonuçlar boyutsuz büyüklüklerine göre ortaya çıkarıldı. Boyutsuz sabitleri tabakasal ortamın kalınlığına ($H = 5mm$), üst yüzeydeki yoğunluk ve sertliğe göre elde edildi. Birinci tabakanın üst yüzeyindeki boyutsuz büyüklükleri $(2\bar{\mu}_0 + \bar{\lambda}_0) = \bar{\rho}_0 = \bar{c}_p = 1$ şeklindedir. Alt yüzey ($z = H = 1$) Chiu ve Erdoğan'ın makalesinde olduğu gibi dikdörtgenel normal gerilmeye tabi tutuldu [9]. Burada iki örnek ele alındı; bu örneklerde Alüminyum-Silikon (Al/SiC) FDM bileşiği ve Silikon-Alüminyum (SiC-Al) FDM bileşiği için serbest üst sınır şartı ile sonuçlar elde edildi. Bu problemlerde, her bir tabakanın boyutsuz kalınlığı $\bar{h} = 0.25$ olarak alınmıştır. Fakat dört tabakanın her birinin kalınlık ve madde özelliklerinin aynı olduğu varsayıldı. Boyutsuz büyüklüklerinin kullanımı sonucunda denklem (6) da verilen malzeme özellikleri Çizelge 1 den

Al/SiC FDM bileşik için:

$$m = 1, n = 0.1761, a = 1, b = b_\rho = 0.1.14568, \rho_0 = 1, \mu_0 = 0.25373, \lambda_0 = 0.49254, \quad (15)$$

SiC/Al FDM bileşik için:

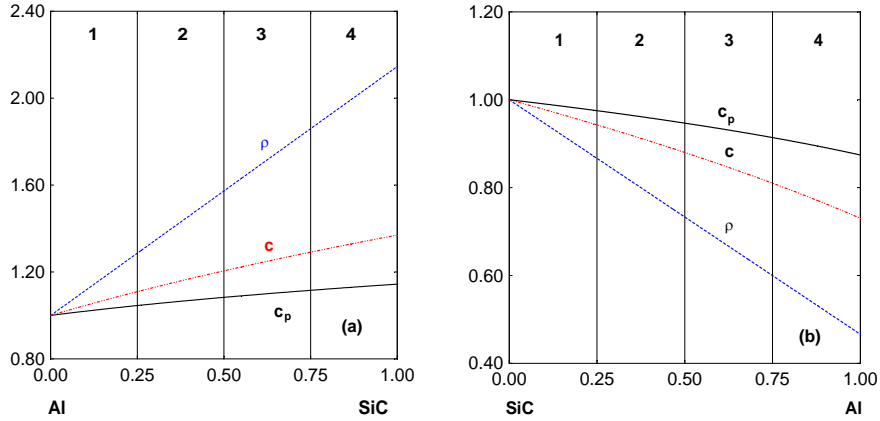
$$m = 1, n = 0.1761, a = 1, b = b_\rho = -0.53395, \rho_0 = 1, \mu_0 = 0.39759, \lambda_0 = 0.20482 \quad (16)$$

olarak elde edildi.

Çizelge 1. Örneklerde kullanılan malzeme sabitleri

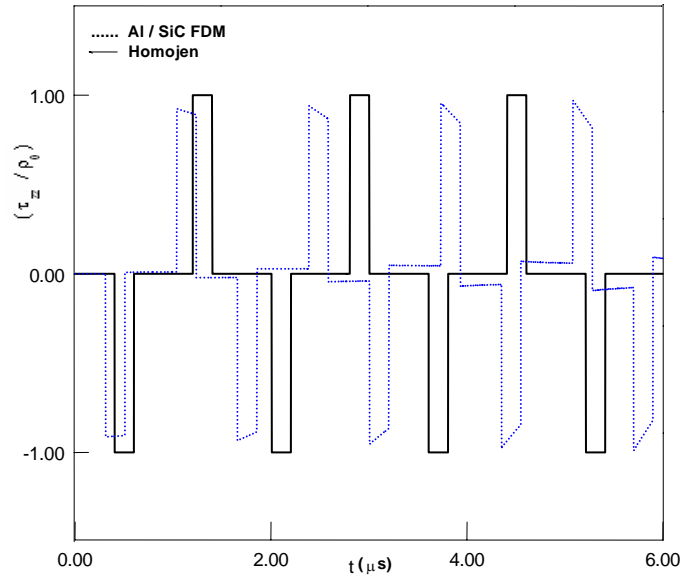
	$\mu(GPa)$	$\lambda(GPa)$	$\rho(Kg / m^3)$
SiC (Silikon)	89.7435	462.3150	3100
Al (Alüminyum)	29.6917	518.1335	2710

Boyutsuz yoğunluk ($\bar{\rho}$), sertlik (\bar{c}) ve dalganın hızının (\bar{c}_p) boyutsuz kalınlığa göre değişimi denklem (15-16) da özellikleri verilen bileşikler için, sırasıyla, Şekil 3a ve 3b de verilmiştir.



Şekil 3. (a) Al/SiC FDM bileşik ve (b) SiC/Al FDM bileşik için boyutsuz yoğunluk ($\bar{\rho}$), sertlik (\bar{c}) ve dalganın hızının (\bar{c}_p) boyutsuz kalınlığa göre değişimi

Şekil 4-5 te $(\bar{\tau}_{zz})$ normal gerilmelerinin $\bar{z} = 0.5$ konumunda zamana göre değişimleri verilmiştir. Bu şekillerdeki kesintisiz çizgili eğriler homojen tabakalar için ve kesikli çizgili eğriler FDM bileşikler için sonuçları göstermektedir. Kesintisiz çizgili eğrilerin boyutsuz derecelendirilmiş sabitleri $a = 1$ ve $b = b_p = 0$ olarak alınmıştır; bu eğriler Chiu ve Erdoğan da elde edilen sonuçlarla ve iyi bilinen bir-boyutlu kesin çözümle karşılaştırıldığında tam olarak çakıştığı görülmüştür [9]. Diğer taraftan FDM malzemesi için kesiksiz çizgili eğriler [9] la karşılaştırıldığında neredeyse aynı oldukları görülmüştür. Şekil 4-5 te görülen eğriler, uygulanan sayısal tekniğin dalga cephelerindeki keskin değişimleri de doğru olarak tahmin ettiğini göstermektedir. Bununla birlikte bu eğrilerde sınır yüzeylerdeki yansıma ve kırılmaların etkileri, gerilme seviyelerindeki ani değişikliklerden açıkça görülmektedir. Ayrıca homojen tabakalardaki gerilme seviyeleri, Al/SiC FDM kompozit tabakaya karşılık gelenlerden daha az (Şekil 4) ve SiC/Al FDM kompozit tabakaya karşılık gelenlerden daha fazladır, Şekil 5. Bu farklılıklar Al/SiC FDM kompozitin alt yüzeyinin ($z = 1$) üst yüzeyinden daha sert, diğer taraftan SiC/Al FDM kompozitin üst yüzeyinin alt yüzeyinden daha sert olmasından kaynaklanmaktadır, Şekil 3. Gerilim dalga yayılımı Al/SiC FDM tabakada daha hızlıdır, çünkü homojen tabakanın dalga hızı ($c_p = 1$), Al/SiC FDM kompozitin dalga hızından daha azdır. Bununla birlikte homojen tabakada gerilim dalgası SiC/Al FDM kompozitten daha hızlı hareket etmektedir, bunu açık bir şekilde zaman arttıkça görebiliriz, Şekil 4-5.



Şekil 4. Alüminyum-Silikon (Al/SiC) FDM'in $\bar{z} = 0.5$ konumunda normal gerilmesinin (τ_{zz}) boyutsuz zamana göre değişimi

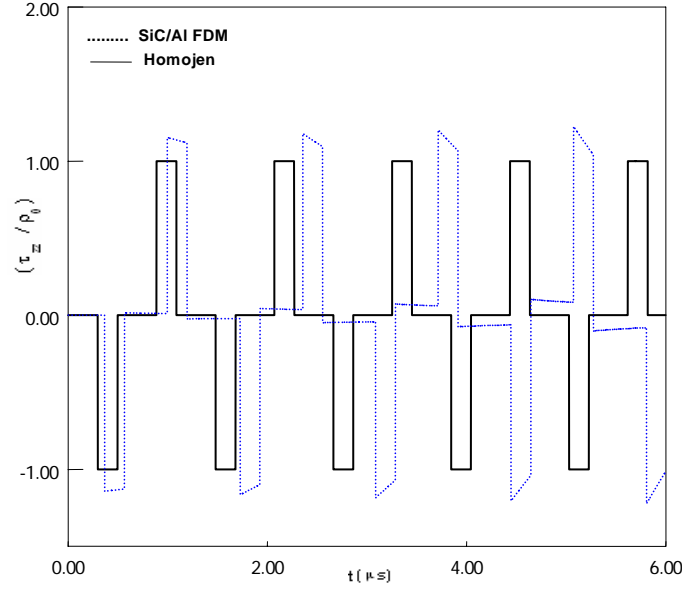
5. SONUÇ

Bu metodu her biri farklı FDM tabakalardan oluşan ortam, ya da FDM'le karıştırılmış homojen tabakalardan oluşan ortamlarda kullanarak olumlu sonuçlar elde ettik. Bunlardan çıkan sonuç gösteriyor ki alt yüzey gerilmelere maruz bırakıldığında, eğer alt yüzey üst yüzeyden daha sert

Numerical Solution of One-Dimensional Wave ...

ise homojen tabakalardaki gerilme seviyeleri, FDM kompozit tabakalardaki gerilme seviyelerinden daha fazladır. Buna karşılık, üst yüzey alt yüzeyden daha sert olduğunda, FDM kompozit tabakalardaki gerilme seviyeleri, homojen tabakalardaki gerilme seviyelerinden daha fazladır. Dolayısıyla, FDM malzeme kullanıldığında sert yüzeyin gerilmelere maruz bırakılması pratik olarak daha iyi sonuçlar vermektedir.

Son olarak karakteristikler yöntemi Fourier veya Laplace dönüşüm metotlarıyla birleştirilerek iki boyutlu FDM dalga yayılımı problemleri çözülebilir.



Şekil 5. Silikon-Alüminyum (SiC/Al) FDM'in $\bar{z} = 0.5$ konumunda normal gerilmesinin (τ_{zz}) boyutsuz zamana göre değişimi

KAYNAKLAR

- [1] Alagöz H., Gülgeç M., Konez A., "Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler ve kullanım alanları", Mühendis ve Makina, 532, Mayıs, 2004.
- [2] Tanigawa, Y., "Some basic thermoelastic problems for nonhomogeneous structural materials", Applied Mech. Rev., 48, 287-300, 1995.
- [3] Noda, N., "Thermal stresses in functionally graded material", Journal of Thermal Stresses, 22, 477-512, 1999.
- [4] Miyamoto, Y., Kaysser, W.~A., Rabin, B.~H., ve diğerleri, "Functionally Graded Materials: Design, Processing and Applications", Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [5] Suresh, S., Mortensen, A., "Fundamentals of Functionally Graded Materials", London: Institute of Materials, IOM Communications Ltd, 1998.
- [6] Liu, G.R., Han, X., ve Lam, K. Y., "Stress waves in functionally gradient materials and its use for material characterization", Composites Part B: Engineering, 30, 383-394, 1999.
- [7] Han, X., Liu, G. R., "Effects of SH waves in functionally graded plate", Mechanics Research Communication, 29, 327-338, 2002.

- [8] Han, X., Liu, G. ~R., "A quadratic layer element for analyzing stress waves in functionally gradient materials and its application in material characterization", *Journal of Sound and Vibration*, 236, 307-321, 2000.
- [9] Chiu, T. C., Erdogan, F., "One-dimensional wave propagation in a functionally graded elastic medium", *Journal of Sound and Vibration*, 222, 453-487, 1999.
- [10] Mengi, Y., Tanrikulu, A. K., "A numerical technique for two-dimensional transient wave propagation analyses", *Communication of Applied Numerical Methods*, 6, 623-632, 1990.
- [11] Abu-Alshaiikh, I., Turhan, D., Mengi, Y., "Transient waves in viscoelastic cylindrical layered media", *European Journal of Mechanics A/Solids*, 21, 811-830, 2002.
- [12] Abu-Alshaiikh, I., Turhan, D., Mengi, Y., "Two-dimensional transient wave propagation in viscoelastic layered media", *Linear and Nonlinear Waves*, 244, 837-858, 2001.