

## ARAŞTIRMA MAKALESİ

### ANTALYA VE SAMSUN MAREOGRAF İSTASYONLARI ARASINDAKİ JEOİT DEĞİŞİMİNİN GPS NİVELMANI YARDIMIYLA BELİRLENMESİ

Aydın ÜSTÜN, Hüseyin DEMİREL

*Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yıldız-İSTANBUL*

Geliş Tarihi: 27.03.2003

**DETERMINATION OF THE GEOID PROFILE BETWEEN ANTALYA AND SAMSUN TIDE  
GAUGES BY GPS/LEVELLING**

#### ABSTRACT

The orthometric height at any point can be found provided that the location of the geoid and the ellipsoidal height with respect to a geocentric ellipsoid are known. In recent years, the obtaining of orthometric heights via GPS rather than levelling has become a research topic on which is spoken much. This study deals with the determination of geoid heights using the GPS derived ellipsoidal heights and the orthometric heights based on the precise leveling technique. A case study was performed on the first order levelling line of the Turkish National Vertical Control Network 1999 (TNVCN99) between Antalya and Samsun tide-gauges. The precision of the GPS/leveling geoid profile, which is length of 1000 km, is below 7 cm (along the line). The geoid profile determined by two techniques with high precision was compared with national (TG91 and TG99A) and global (OSU91A and EGM96) geoid models used for the orthometric height determination by GPS in Turkey. According to the results of comparison, the RMS agreements of TG91, TG99A, OSU91A and EGM96 models are 0.739, 0.118, 1.635 and 1.233 m, respectively. After the combining TG91 and nationwide GPS/levelling data, it is seen that the inconsistency between gravimetric geoid and local vertical datum, and the systematic distortions with long wavelength in TG91 are vanished.

#### ÖZET

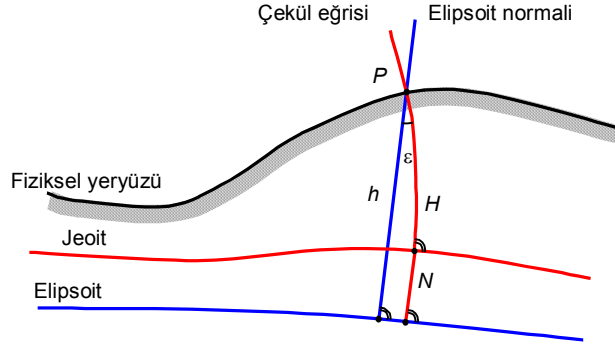
Bir referans elipsoidine göre jeoidin konumu ve yeryüzündeki bir noktanın elipsoid yüksekliğinin bilinmesi durumunda ortometrik yüksekliğe geçiş olanaklıdır. Hassas nivelmana gerek kalmadan ortometrik yüksekliklerin GPS yardımıyla belirlenmesi, son yıllarda üzerinde en çok durulan araştırma konularının başında gelmektedir. Bu çalışma, tersine bir yöntem izleyerek jeoit yüksekliklerini belirlemeyi ele almaktadır. Uygulama, Antalya ve Samsun mareograf istasyonları arasında, Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı 1999 (TUDKA99) birinci derece nivelman geçkisinde gerçekleştirilmiştir. Yüksek presizyonlu iki ölçme tekniği yardımıyla belirlenen 47 noktalı GPS/nivelman jeoit kesitinin duyarlılığı 7 cm'nin altındadır. Yaklaşık 1000 km uzunluğundaki bu kesitte, Türkiye için GPS yardımıyla ortometrik yükseklik belirlemede kullanılan ulusal (TG91 ve TG99A) ve global (OSU91A ve EGM96) jeoit modellerinin doğruluğu araştırılmıştır. Mutlak jeoit yükseklikleriyle yapılan karşılaştırma sonuçlarına göre; TG91, TG99A, OSU91A ve EGM96 jeoit modelleri ile GPS/nivelman jeoidi arasındaki RMS uyumu, sırasıyla 0.739, 0.118, 1.635 ve 1.233 m'dir. Gravimetrik jeoit, GPS ve nivelman verileri birleştirilerek TG99A'nın oluşturulmasıyla, TG91 ile yerel düşey datumdan geçen GPS/nivelman jeoidi arasındaki tutarsızlık ve TG91'deki uzun dalga boylu sistematik bozulmaların ortadan kalktığı görülmektedir. Yapılan karşılaştırmalar duyarlı jeoit belirleme çalışmalarında GPS/nivelman verilerinin önemini açıkça ortaya koymaktadır.

#### 1. GİRİŞ

Yükseklik denildiğinde yeryüzündeki bir nokta ile başlangıç yüzeyi arasındaki ilişki anlaşılır. Bu ilişki fiziksel, geometrik ya da başka görüşlere uygun olarak tanımlanabilir. Özel bir eşpotansiyel

yüzey olan ve durgun okyanus yüzeyi ile yaklaşık çakıştığı kabul edilen **jeoit**, yükseklik sistemleri için ideal bir başlangıç yüzeyidir. Bu yüzey başlangıç kabul edilir ve yeryüzündeki bir nokta ile ilişkilendirilirse jeodezinin gereksinimlerine uygun yükseklik tanımı yapılmış olur. Nokta ile jeoit arasında kalan çekül eğrisinin uzunluğu ile gösterilen **ortometrik yükseklik**, uygulamada en çok kullanılan yükseklik türlerinden biridir (Şekil 1). Geleneksel olarak düşey kontrol ağı noktaları arasında geometrik yükseklik farkları hassas nivelman yöntemiyle ölçülmekte, gravite gözlemleri yardımıyla bu farklar ortometrik yüksekliklere dönüştürülmektedir. Nivelman sonuçlarının indirgenmesi, yükseklik ağlarının tasarımı, değerlendirilmesi ve matematiksel modellere ilişkin kuramsal esaslar [1] ve [2]'de ayrıntılı olarak verilmiştir.

Son yıllarda, yeryüzündeki noktaların üç boyutlu konumu uydular yardımıyla yüksek doğrulukla belirlenebilmektedir. Özellikle GPS tekniğinin nivelman yöntemine göre ekonomik ve pratik oluşu yükseklik belirlemeye yeni bir boyut kazandırmış; **GPS nivelmanı** adı verilen yöntemin doğmasına neden olmuştur. Bu yöntemle ulaşılması zor ve aralarındaki uzaklık çok büyük olan nokta yüksekliklerinin ekonomik olarak elde edilmesi olanaklı hale gelmiştir [3, 4].



Şekil 1. Elipsoidal yükseklik ( $h$ ), ortometrik yükseklik ( $H$ ) ve jeoit yüksekliği ( $N$ )

GPS ile elde edilen  $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $h$  jeodezik koordinatları için referans yüzeyi, yermerkezci dönel elipsoidtir. Elipsoidal yükseklik  $h$ ,  $P$  noktasından geçen elipsoit normalinin  $P$  ve elipsoit arasındaki uzunluğu ile ölçülür. Elipsoidal ve ortometrik yükseklikler arasındaki matematiksel ilişkiyi, jeoit-elipsoit aykırılığı, başka bir deyişle jeoit yüksekliği  $N$  sağlar (Şekil 1).  $\varepsilon$  çekül sapmasının (elipsoit normali ve çekül eğrisi arasındaki açı) yüksekliğe etkisi göz ardı edilebilecek kadar küçük olduğundan elipsoidal, ortometrik ve jeoit yükseklikleri arasında,

$$H \cong h - N \quad (1)$$

eşitliği yazılabilir.

GPS nivelmanı, ortometrik yükseklik belirlemede geleneksel yöntem olarak kabul edilen hassas nivelman tekniğine seçenek oluşturabilir mi? Yanıt, elipsoidal ve jeoit yüksekliklerine ilişkin hata büyüklüklerinde aranmalıdır. GPS ile üç boyutlu konum belirlemede yükseklik bileşeninin doğruluğu yatay bileşen kadar iyi olmasa da yeni ölçme ve değerlendirme stratejilerindeki gelişmeler nedeniyle sistem, elipsoidal yükseklikler bakımından pratik amaçlar için doğruluk gereksinimini yeterince karşılamaktadır [5, 6, 7]. Elipsoidal yüksekliklerin yeterli doğrulukla elde edilebilmesi, bütün gözlerin  $N$ 'ye çevrilmesine neden olmaktadır. Bir referans elipsoidine göre jeoit belirleme, jeodezik sınır değer probleminin konusudur. Bölgesel ya da ulusal ölçekte gravimetrik jeoit, global jeopotansiyel model ve sayısal arazi modeliyle desteklenen yersel gravite gözlemleriyle belirlenir [8]. Ancak problemin çözümü, topoğrafik kitle yoğunluğu için varsayım öngörülmesini zorunlu kılar. Temel olarak bu varsayım ortometrik yükseklik için gerekli varsayımla aynıdır. Ancak gravimetrik jeoit modeli, kullanılan verilere bağlı olarak sistematik bozulmalara karşı çok duyarlıdır ve olası hatalardan kolay etkilenir. Bütün

## *Antalya ve Samsun Mareograf İstasyonları...*

bu olumsuz etmenler nedeniyle gravimetrik jeoit belirleme problemine tam olarak tatmin edici bir çözüm getirilememiştir [9]. Ancak yine de ortometrik ve elipsoidal yüksekliği bilinen kontrol noktaları, gravimetrik jeoitteki sistematik bozulmaları gidermede kullanılabilir. Böylelikle hem geniş ölçekte iyi bir kontrol sağlayan hem de gravite alanının yerel özelliklerini iyi yansıtan bir jeoit modeli belirlenebilir (örn. [10, 11, 12]).

Bu çalışmanın amacı, Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı (TUDKA) birinci derece nivelman geçkisi boyunca ulusal (TG91 ve TG99) ve global (EGM96 ve OSU91A) jeoit modelleriyle bağlantılı olarak GPS nivelmanının kullanılabilirliğini araştırmaktır. Bu amaçla; (i) Antalya-Samsun mareograf istasyonları arasında 20-25 km aralıklarla seçilmiş TUDKA noktalarında GPS nivelmanı uygulamasının gerçekleştirilmesi, (ii) GPS nivelmanında elipsoidal yükseklik belirleme duyarlılığının analiz edilmesi, (iii) geçki boyunca GPS/nivelman jeoidinin belirlenmesi ve duyarlılığının irdelenmesi, (iv) GPS/nivelman jeoidinin, Türkiye Ulusal (TG91 ve TG99) ve global (OSU91A, EGM96) jeoit modelleriyle karşılaştırılması ve (v) GPS ile ortometrik yükseklik belirlemeye yönelik bölgesel ve global jeoit modellerinin kullanılabilirliğinin incelenmesi, örnek bir geçki boyunca GPS nivelmanı doğruluğunun belirlenmesi burada ele alınan konular arasında yer almaktadır.

## **2. GPS NİVELMAN JEOİDİ VE HATA KAYNAKLARI**

Elipsoidal ve ortometrik yüksekliği bilinen düşey kontrol ağları, referans elipsoidine göre geometrik bir jeoidin belirlenmesine olanak sağlar. Jeoit yüksekliği, (1)'in yeniden düzenlenmesiyle hesaplanabilir:

$$N \cong h - H \quad (2)$$

Elipsoidal yükseklik  $h$ , GPS alıcıları ile toplanan kod ve faz gözlemlerinin uluslararası yersel koordinat sisteminde (örn., ITRF97) değerlendirilmesiyle elde edilen dik koordinatlardan  $(x, y, z)$  dönüştürülürken ortometrik yükseklik,

$$H = \frac{1}{g} \int g dH = \frac{C}{g} \quad (3)$$

genellikle bir noktada jeoitte çakıştığı varsayılan ortalama deniz düzeyi başlangıç olmak üzere bir nivelman geçkisi boyunca gözlenen  $dH$  yükseklik farkı ve  $g$  gravite gözlemlerinden hesaplanan jeopotansiyel sayılardan ( $C$ ) türetilir. (3) eşitliğinde kara parçası içinde kalan çekül eğrisinin uzunluğu  $H$  ya da bu eğri boyunca ortalama gravite değeri olan  $\bar{g}$  doğrudan gözlenemeyeceğinden ortometrik yükseklik bir varsayım öngörülerek belirlenir. 1890 yılında Helmert  $\bar{g}$  için,

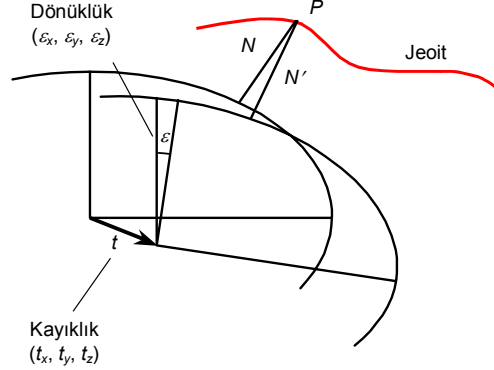
$$\bar{g} = g + 0.0424H \quad (4)$$

alınmasını önermiştir [1]. (4)'ün (3)'te yerine konulmasıyla hesaplanan Helmert ortometrik yüksekliğinin doğruluğunu jeopotansiyel sayı ve varsayım dayalı ortalama gravite değeri belirler.  $C$  sadece nivelman hatalarından etkilenirken,  $\bar{g}$  kitle yoğunluğuna ilişkin varsayım hatalarıyla yüklüdür. Topoğrafik kitlelerin içindeki gravite değeri, çoğu kez kitle yoğunluğu sabit ( $2.67 \text{ g/cm}^3$ ) alınarak kestirilir. Gerçekte, kitle yoğunluğu sabit kabul edilen değerden genellikle %10'u geçmeyen sapmalar gösterir; bu ortometrik yüksekliklerin belirli bir miktar hatalı olmasına neden olur [13, 14, 9].  $\delta\rho$  kitle yoğunluk değişiminin ortalama  $g$ 'ye ve dolayısıyla Helmert ortometrik yüksekliğine etkisi,

$$\delta g (\text{mgal}) = 0.0419H (\text{km}) \times \delta\rho (\text{kgm}^{-3}) \quad (5)$$

$$\delta H (\text{mm}) \cong \delta g (\text{mgal}) \times H (\text{km})$$

eşitliklerinden hesaplanabilir ([15], s. 225). (5)'e göre yoğunluk tahmininde %10'luk sapma,  $H = 1 \text{ km}$  için  $11 \text{ mm}$ 'lik yükseklik hatasına karşılık gelir. Yüksek bölgelerde veya yoğunluğun sıra dışı değiştiği noktalarda bu hata, hassas nivelmandaki hataların üstüne çıkabilir.



Şekil 2. Jeodezik referans sistemleri arasındaki kayıklık ve dönüklük etkisi

Duyarlı jeoit belirleme çalışmalarında, GPS/nivelman verileri önemli bir rol oynar. Elipsoidal ve ortometrik yükseklikler kullanılarak geometrik bir jeoit modelinin belirlenmesi yanında, bu veriler yardımıyla gravimetrik jeoit modelinin mutlak ve bağıl anlamda performansı da ölçülebilir [16, 17]. Bu amaçla Geometrik ve gravimetrik jeoit modelleri karşılaştırıldığında, aralarında konum farklılığının bulunması kaçınılmazdır. Farklı zamanlarda hesaplanan jeoit modellerinin dayandığı referans sistemleri arasındaki aykırılık, tutarsızlığın temel nedenlerinden biridir (Şekil 2). Öte yandan sıfıncı terim hatası ([15], s. 136, (2-182)) nedeniyle gravimetrik jeoit, düşey datum belirsizliği nedeniyle de GPS/nivelman jeoidi gerçek konumundan sapar. Her iki modelin kendilerine özgü bu zayıf yanları ve gravimetrik jeoidin değerlendirilmesi sırasında kullanılan veri ve hesaplama yöntemlerine bağlı olarak jeoit yüksekliklerinde uzun dalga boylu sistematik bozulmalar, datumlar arasındaki tutarsızlığı daha da artırmaktadır.

Bütün bu olumsuzlukların yanında her iki modelin iyi yanları da vardır. Gravimetrik jeoit gravite alanının yerel duyarlıklarını iyi yansıtırken, GPS/nivelman jeoidi geniş ölçekte iyi bir kontrol sağlamakla birlikte yerel düşey datumla tutarlılık gösterir. GPS ile elde edilen ortometrik yüksekliklerin yerel düşey datum ile uyumlu olması için izlenmesi gereken en akılcı yol gravimetrik ve geometrik jeoit modellerini birleştirmektir. GPS, nivelman ve jeoit yüksekliği verilerinin birlikte dengelenmesi ve gravimetrik jeoit modelinin yerel yükseklik sistemlerine uydurulması hakkında ayrıntılı bilgi [18, 19, 20]'de verilmektedir.

### 3. VERİLER

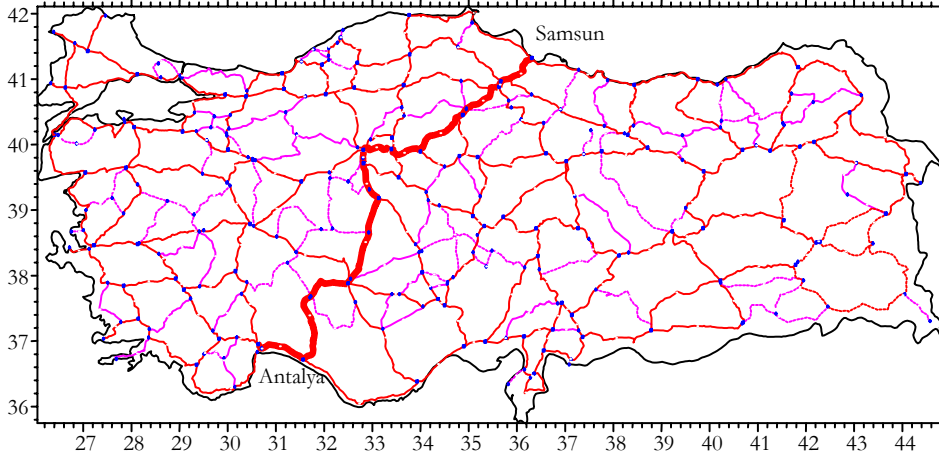
#### 3.1. Helmert Ortometrik Yükseklikleri

Ülkemizde ulusal düşey kontrol ağı oluşturma çalışmalarına 1935 yılında Antalya mareograf istasyonunun kurulmasıyla başlanmıştır. Antalya mareograf istasyonunda 1936-1971 yılları arasındaki anlık deniz düzeyi gözlemlerinin ortalaması başlangıç, geçkilerin kesiştiği düğüm noktaları arasındaki jeopotansiyel sayı farkları ( $\Delta C$ ) ölçü kabul edilerek düşey kontrol ağı dengelenmiştir. Dengeli jeopotansiyel sayılar kullanılarak tüm noktaların Helmert ortometrik, Molodensky normal yükseklikleri ve standart sapmaları hesaplanmıştır. Tüm Türkiye'de, datuma bağlı standart sapmalar 0.3-9 cm arasında değişmektedir [21].

Antalya ve Samsun mareograf istasyonları arasındaki jeoit değişiminin GPS nivelmanı yardımıyla belirlenmesi çalışmasında, TUDKA99 birinci derece nivelman geçkisinden yararlanılmıştır (Şekil 3). Söz konusu geçki boyunca GPS nivelmanı için nokta sıklığının yaklaşık 20-25 km olması öngörülmüştür. Büro çalışmasında, nokta seçimi 1:100000 ölçekli haritalar üzerinden yapılmış ve yaklaşık 45 nokta belirlenmiştir. Noktaların zarar görmüş olması olasılığına karşı yakındaki diğer noktaların röper krokileriyle birlikte arazi istikşafına çıkılmış ve

### Antalya ve Samsun Mareograf İstasyonları...

47 TUDKA noktasının yerinde olduğu görülmüştür. Arazide tespit edilen TUDKA noktaları GPS ölçümüne uygun olmadığı için yakın civarda yeni nokta yerleri belirlendikten sonra zemine 30 cm uzunluğunda, 16 mm kalınlığında demir çiviler çakılarak yeni noktalar tesis edilmiştir. Bu noktaların Helmert ortometrik yüksekliği 1-2 portelik geometrik nivelmanla TUDKA noktalarından taşınmıştır. Bu işlem sırasında gidiş-dönüş ölçü farklarının 2 mm'yi geçmemesine özen gösterilmiştir. Ayrıca dayanak noktası olarak kullanılmak üzere Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı'na (TUTGA) ilişkin 4 GPS noktası da ölçme planına alınmıştır.



Şekil 3. Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı 1999 (TUDKA99) ve GPS/nivelman geçkisi

GPS nivelmanı için seçilen 47 TUDKA noktasının Helmert ortometrik yükseklik hatası Şekil 4'de gösterilmiştir. Geçki boyunca topoğrafik yapı deniz düzeyinden başlamak üzere dalgalı bir görünüm sergilemektedir (en yüksek: 1512.07 m, ortalama: 803.23 m). Antalya mareograf istasyonundan başlamak üzere topoğrafik yapıya bağlı olarak yükseklik hatası ilk 200 km'de hızla büyümekte, geriye kalan yol boyunca yumuşak eğimli bir artış göstermektedir. Beklendiği gibi nivelman hatalarının, nivelman yolu uzunluğunun karekökü ile doğru orantılı arttığı görülmektedir. Bu çalışmada Helmert ortometrik yükseklikleri için genel bir hata büyüklüğü kullanılması öngörülmüş, Şekil 4'deki görünüm göz önüne alınarak 47 nokta için doğrusal olmayan regresyon analizi gerçekleştirilmiştir. Buna göre, Antalya mareograf istasyonundan başlayarak yol uzunluğu  $S_{km}$  olmak üzere Helmert ortometrik yüksekliği için,

$$\sigma_{TUDKA} = 2.1\sqrt{S_{km}} \text{ mm} \quad (6)$$

hata bağıntısı elde edilmiştir.

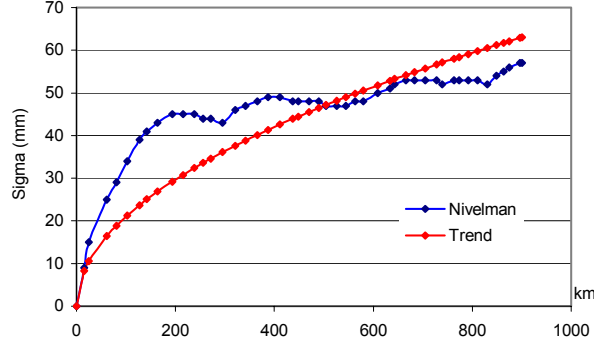
(6) eşitliği yalnızca TUDKA noktalarına ilişkin Helmert ortometrik yükseklikleri için geçerlidir. TUDKA noktalarının yakınında oluşturulan GPS noktaları için,

$$H_{GPS/niv} = H_{TUDKA} + \Delta H \quad (7)$$

bağıntısına göre iki nokta arasındaki  $\Delta H$  yükseklik farkını da hesaba katmak gerekmektedir. 46 noktadaki gidiş-dönüş ölçü farklarından  $\sigma_{\Delta H} = 1.2 \text{ mm}$  hesaplanmıştır. Bu durumda (7) bağıntısına hata yayılma kuralı uygulanırsa GPS/nivelman noktalarının Helmert ortometrik yükseklikleri için,

$$\sigma_{H_{GPS}} = \sqrt{\sigma_{TUDKA}^2 + \sigma_{\Delta H}^2} = \sqrt{4.41S_{km} + 1.2^2} \text{ mm} \quad (8)$$

hata eşitliği çıkar ( $H_{TUDKA}$  ve  $\Delta H$  korelasyonsuz).



Şekil 4. TUDKA99 noktalarına ilişkin Helmert ortometrik yükseklik hatası ve trend

### 3.2. Elipsoidal Yükseklikler

Geçki noktalarının elipsoidal yüksekliklerini belirlemek amacıyla iki GPS kampanyası (9-14 Aralık 2000'de Antalya - Makas/Kulu; 5-10 Mayıs 2001'de Makas/Kulu - Samsun) gerçekleştirilmiştir. Bir günlük oturumda, ardışık olarak 5 geçki noktasında gözlem yapılmış; bu gözlemler oturum süresince sabit tutulan ve çalışma bölgesine en yakın TUTGA noktasına bağlanmıştır. Geçki noktalarının TUTGA dayanak noktalarına uzaklığı 80-100 km arasında değişmektedir. Yükseklik bileşenine yansıyan anten yüksekliği ölçme hatasından sakınmak için oturum öncesi ve sonrası anten yükseklikleri özenle ölçülmüştür.

GPS ölçülerine ilişkin değerlendirme stratejisi aşağıda özetlenmektedir:

- GPS ölçüleri değerlendirilen noktalar Şekil 5'de gösterilmektedir. Çalışma bölgesini kuşatan üç IGS istasyonuna (Zeck/Rusya, Matera/İtalya ve Nico/Kıbrıs) ilişkin GPS verileri de baz uzunluğu ve gözlem süresinin sonuçlar üzerindeki etkisini belirlemek amacıyla değerlendirmeye katılmıştır.
- Yörünge analiz merkezleri tarafından hazırlanan duyarlı yörünge dosyası, 15 dakika aralıklarla her uydu için ITRF97 koordinat sistemine konum ve saat düzeltmesi bilgilerini içermektedir. Bu bilgiler kullanılarak sırasıyla; (1) her bir gözlem epöğündeki uydu saatini hesaplamak için düşük dereceli (bu çalışmada 2) ve 12 saat aralıklı bir polinom belirlenmiştir, (2) yersel koordinat sistemindeki uydu konumu J2000 başlangıcına göre gökssel koordinat sistemine dönüştürülmüştür, (3) uydunun konum, hız ve daha üst dereceli türevlerini hesaplamak için standart bir yörünge dosyası oluşturulmuştur.
- Kod gözlemlerini kullanarak gözlem noktalarının mutlak konumu ve alıcı saat hataları kestirilmiştir. Burada iyonosferik gecikme  $\Delta I$ , sinyal kombinasyonu (L3 frekansı) yardımıyla yok edilmiş; troposferik gecikme  $\Delta p$ , Saastamoinen modeliyle göz önüne alınmıştır.
- Her oturumda n sayıdaki alıcıdan n-1 sayıda baz oluşturulmuştur. Bazlar, uzunluk ve gözlem sürelerine göre gruplandırılmıştır: Çok uzun (530-1360 km, 24 h), orta (140-400 km, 10 h) ve kısa (10-60 km, 4 h). 10 saat süreyle gözlenen GPS/nivelman geçkisi üzerindeki sabit noktalar ve TUTGA noktaları, tüm oturumlarda IGS Ankara sürekli gözlem istasyonuna bağlanmıştır.
- Yüksek presizyonlu GPS jeodezisinde ağ dengelemesi faz ölçüleriyle yapılmaktadır. Faz sıçramalarının dengeleme sonuçları üzerindeki olumsuz etkisini azaltmak için faz ölçüleri ön değerlendirmeden geçirilmiştir. Bu işlemde öncelikle faz sıçramaları belirlenerek ölçüler düzeltilmiştir. Denetlenemeyen faz bozulmaları ise üçlü fark gözlemlerinin dengelenmesiyle belirlenmiştir.
- Ön değerlendirmeden geçirilmiş faz gözlemleriyle tam dengeleme yapılarak birim ağırlıklı sonsal standart sapma ve noktalara ilişkin troposferik etkiler hesaplanmıştır. 1-2 mm'lik sonsal standart sapma başlangıç tam sayı belirsizliği (baz) çözümüne geçmek için yeterli

## Antalya ve Samsun Mareograf İstasyonları...

görülmüştür.



Şekil 5. GPS/nivelman noktaları (daire) ve IGS istasyonlarının (kare) coğrafi konumu

- GPS sinyalleri üzerindeki atmosferik etkiler değerlendirme sonuçlarının (özellikle yükseklik bileşeninin) doğruluğunu kısıtlayan en önemli etmendir. Değerlendirme için genel bir strateji belirlemek, troposfer ve iyonosferin sonuçlar üzerindeki etkisini incelemek amacıyla birinci kampanya ölçüleri kullanılarak değişik atmosferik parametrelerle 8 değişik varyasyon denemiştir. Kısaca özetlemek gerekirse troposfer için yaygın olarak tanınan Saastamoinen ve Dry Niell modeli kullanılmış; troposferik gecikmenin kestiriminde değişik süre (2, 4 ve 6 h) aralıkları öngörülmüş; iyonosfer modelinin hangi baz uzunluklarında etkili olduğu araştırılmıştır.
- Tanı dengelemesiyle belirlenen troposferik parametreler baz çözümünde bilinen değerler olarak alınmış ve baz çözümü QIF (Quasi-Ionosphere-Free) tamsayı belirsizliği çözüm stratejisi [22] ile gerçekleştirilmiştir. Değerlendirmede 15° lik sınır yükseklik açısı ve 30 saniyelik veri toplama aralığı kullanılmıştır.
- Baz çözümünde belirlenen tamsayı belirsizlikleri oturum dengelemesinde bilinen değerler olarak kabul edilmiş; noktalara ilişkin koordinat, kovaryans ve troposfer gecikmeleri hesaplanmış ve öteki oturum çözümleriyle birleştirmek için bu bilgiler bir dosyaya kaydedilmiştir.
- Günlük çözümlerden elde edilen (bir dosyada saklı) koordinat, normal denklemler ve troposfere ilişkin parametrelerin birleştirilmesiyle kampanya çözümü elde edilmiştir.

Bu çalışmada elipsoid yüksekliklerin doğruluğu her iki kampanya ölçüleri değerlendirildikten sonra analiz edilmiştir. Geçki boyunca 47 GPS/nivelman noktasının elipsoid yüksekliği belirlenmiştir. Tekrar ölçüleriyle hesaplanan koordinat doğrulukları GPS ölçülerinin güvenilirliğine ilişkin iyi bir ölçüttür. İki ayrı oturumda gözlem yapılan 10 noktanın elipsoid yüksekliğine ilişkin standart sapmaların ortalaması 17.7 mm'dir. 24 saatlik gözlem süresiyle 5 kez ölçülen 3 IGS istasyonunda bu değer 4.2 mm'dir. Çizelge 1'den de görüldüğü gibi sonuçlar ölçü sayısı, gözlem süresiyle korelasyonludur.

Çizelge 1. GPS/nivelman ve IGS noktalarının koordinat bileşenlerinin standart sapmaları

İstasyon	Gözlem sayısı	Gözlem süresi (h)	$\sigma_n$ (mm)	$\sigma_e$ (mm)	$\sigma_u$ (mm)
IGS	5	24	1.4	1.3	4.2
GPS/niv.	2	4	3.4	2.7	17.7

#### 4. GPS NİVELMANI YARDIMIYLA AKDENİZ VE KARADENİZ ARASINDAKİ JEOİDİN BİR KESİT BOYUNCA BELİRLENMESİ

Elipsoidal ve Helmert ortometrik yükseklik değerleri (2)'de yerlerine konursa jeoit yükseklikleri,

$$N_{GPS/Niv} = h - H_{TUDKA} - \Delta H = h - H_{GPS/Niv} \quad (9)$$

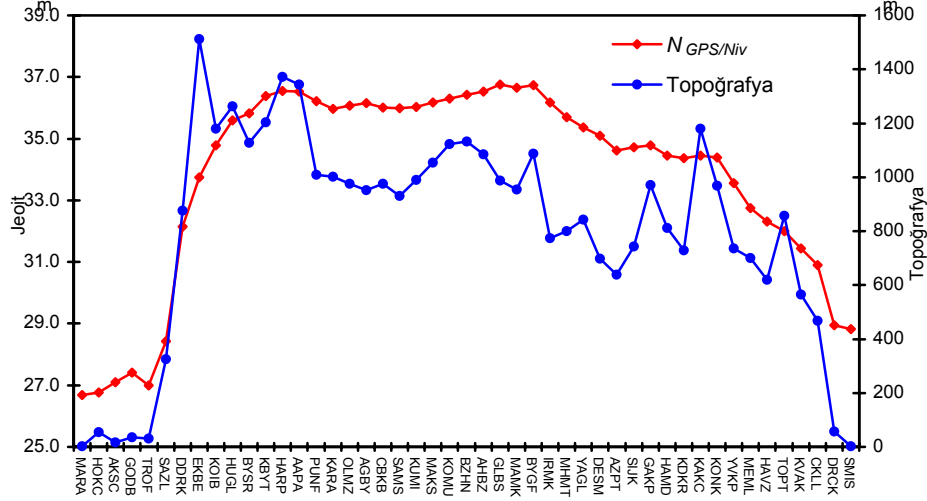
elde edilir.  $N_{GPS/Niv}$  değerleri ve topoğrafik kesit Şekil 6'da gösterilmiş, istatistiksel bilgiler Çizelge 2'de verilmiştir. GPS/nivelman noktalarına ilişkin jeoit yüksekliklerinin doğruluğu (11)'den,

$$\sigma_{N_{GPS/Niv}} = \sqrt{\sigma_{TUDKA}^2 + \sigma_{\Delta H}^2 + \sigma_h^2} = \sqrt{4.41S_{km} + 1.2^2 + 17.7^2} \text{ mm} \quad (10)$$

bulunur. (10)'a göre Antalya mareograf istasyonundan 500 km uzaklıktaki bir noktaya ilişkin jeoit yüksekliğinin hatası yaklaşık 5 cm'dir. Tüm geçki boyunca hata büyüklüğü 7 cm'nin altında kalmaktadır.

Çizelge 2. 47 noktanın GPS/nivelman jeoit yüksekliklerine ilişkin istatistikler (m)

Min.	Maks.	Ortalama	St. sapma	RMS
26.679	36.759	33.782	3.189	33.929



Şekil 6. Antalya-Samsun mareograf istasyonları arasındaki GPS/nivelman jeoidi

#### 5. GEÇKİ BOYUNCA GPS/NİVELMAN VE DEĞİŞİK JEOİT MODELLERİ ARASINDAKİ KARŞILAŞTIRMALAR

Gravimetrik jeoit modelinin doğruluk ve duyarlık beklentileri için yeterli olup olmadığı, GPS/nivelman verileriyle test edilir. Mutlak ve bağıl jeoit yüksekliklerine dayalı olmak üzere çok





yersel gravite anomalileri ve denizlerde 30'x30' çözünürlüğünde altimetre verilerine dayalı gravite anomalilerinden yararlanılmıştır. EGM96 hem deniz hemde karasal bölgelerde jeoidin modellenmesinde önemli katkı sağlamış, 15'x15' çözünürlükte global jeoit yükseklikleri hesaplanarak EGM96 jeoit modeli oluşturulmuştur.

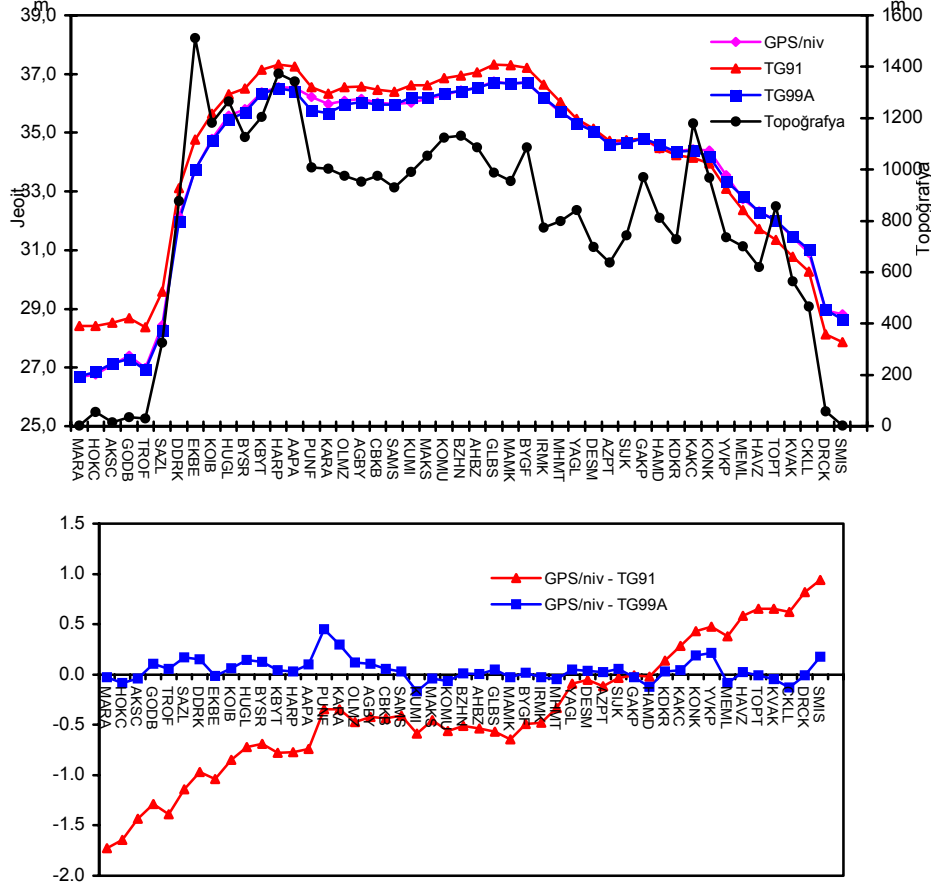
Mutlak anlamda, ilk karşılaştırma GPS/nivelman ve TG91 ve TG99A arasında yapılmıştır. 3'x3' lık grid değerlerinden bi-küçük enterpolasyonla kestirilen TG91 jeoit yükseklikleri, GPS/nivelman jeoit yüksekliklerine göre anlamlı sapmalar göstermektedir. TG99A'nın GPS nivelman jeoit yüksekliklerine TG91'den daha iyi yaklaştığı standart sapma ve RMS uyum büyüklüklerinden açıkça anlaşılmaktadır (Çizelge 3). TG91 ile GPS/nivelman jeoit yükseklikleri arasında geçki boyunca ortalama -0,365 m'lik kayıklık belirlenmiştir. Elde edilen sonuç TG99A'nın belirlenmesi sırasında 196 GPS/nivelman noktasından hesaplanan 0,375 m'lik [12] değer ile tutarlıdır. Jeoitler arasında sistematik bir eğiklik olup olmadığı doğrusal trend analiziyle belirlenmiştir. Jeoit yüksekliği farklarından trend (kayıklık ve eğim) çıkarıldıktan sonra elde edilen standart sapma uyum büyüklüğü TG91 için önemli ölçüde (0,650'den 0,212 m'ye) küçülmüştür (Çizelge 3 ve 4). TG99A'da ise bir değişiklik yok denecek kadar azdır (0,111'den 0,110 m'ye). TG99A'nın TG91'e göre GPS/nivelman yükseklikleriyle daha iyi uyuşmasının nedeni 196 GPS/nivelman noktası kullanılarak TG91'in yerel düşey datumla çakıştırılması ve TG91'deki uzun dalga boylu sistematik bozulmanın (eğikliğin) yok edilmesidir.

**Çizelge 3.** GPS/nivelman ve değişik jeoit yükseklikleri arasındaki farklar (m)

Fark	Min.	Maks.	Ortalama	St. sapma	RMS
GPS/Niv-TG91	-1.728	0.938	-0.365	0.650	0.739
GPS/Niv-TG99A	-0.168	0.447	0.042	0.111	0.118
GPS/Niv-OSU91A	-1.401	2.995	1.136	1.189	1.635
GPS/Niv-EGM96	-0.912	3.384	0.348	1.196	1.233

İkinci karşılaştırma GPS/nivelman ile OSU91A ve EGM96 jeoit yükseklikleri arasında yapılmıştır. OSU91A ve EGM96 jeoit yükseklikleri [27] tarafından geliştirilen fortran programı (geopot97) ve ilgili potansiyel katsayılar kullanılarak hesaplanmıştır. Gerçek ve normal gravite alanına ilişkin bilgilerin önceden sağlanması durumunda, program  $\varphi$  ve  $\lambda$  yardımıyla herhangi bir yeryüzü noktasının jeoit yüksekliğini vermektedir. Bu çalışmada, jeoidin gravite potansiyeli  $W_0$  için 62636856.0 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup> [28], normal gravite alanı için WGS84 elipsoidi referans alınmıştır.  $N$ 'nin değerlendirilmesinde, sıfıncı derece terim  $N_0$  ve Bouguer plakasından dolayı gelen düzeltme  $C_2$  ([29], s283, (6)) hesaba katılmamıştır.

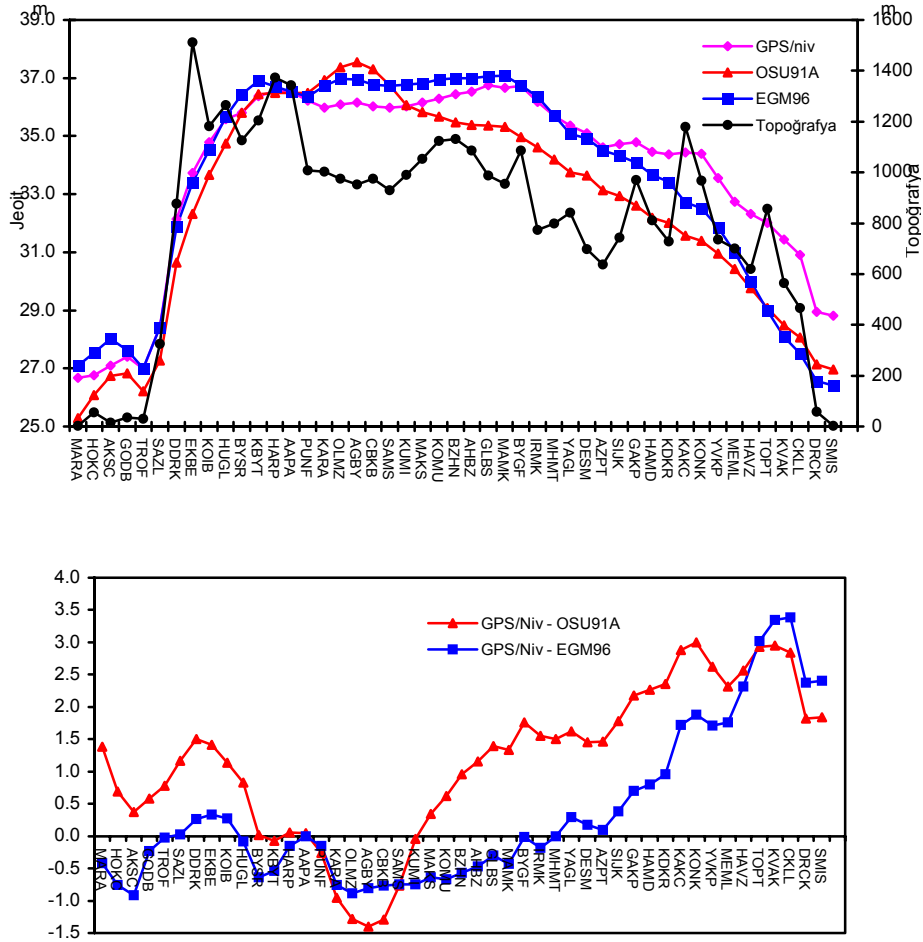
## Antalya ve Samsun Mareograf İstasyonları...



Şekil 8. Antalya ve Samsun mareograf istasyonları arasında 47 noktalı GPS/nivelman, TG91 ve TG99A jeoit kesitleri (üst) ve aralarındaki karşılaştırma (alt)

Çizelge 3 ve Şekil 9'da GPS/nivelman ile OSU91A ve EGM96 jeoitleri arasındaki karşılaştırmaya yer verilmiştir. 47 GPS/nivelman noktasına göre ortalama jeoit yüksekliği farkı OSU91A'da 1.136 m, EGM96'da 0.348 m'dir. İlk bakışta EGM96'nın OSU91A'ya göre geometrik jeoit kesitiyle daha uyumlu olduğu sonucuna varılabilir. Ancak EGM96 ile GPS/nivelman jeoidi arasındaki fark Karadeniz'e yaklaştıkça açılmaktadır (maksimum: 3.384 m). Akdeniz'den Karadeniz dağlarına kadar olan kesitte, jeoit yükseklikleri arasındaki fark 1 m'nin altındadır (Şekil 9, altta). EGM96'nın OSU91A'dan daha güncel ve üstün bir model olduğu bilinmektedir. Ancak potansiyel katsayılarıdaki birikimli yayılma hatası ve küresel harmonik açınının belli bir sınır değerinde (360) sonlandırılmasından kaynaklanan hata, EGM96 jeoit yüksekliğini Türkiye'nin kuzeyinde daha fazla etkilemektedir. Bölgeye ilişkin gravite alanı bilgisinin eksik ve yetersiz oluşu, katsayılarıda bu gibi hataları doğurabilir. Jeoit yüksekliği farklarının sistematik bir etki içerip içermediği trend analiziyle araştırılmıştır. Çizelge 4 ve Şekil 10 GPS/nivelman jeoidiyle global gravimetrik jeoit yükseklikleri arasında aynı yönlü sistematik bir açılmanın varlığına işaret etmektedir. Kayıklık ve eğim etkisinin jeoit yüksekliği farklarından

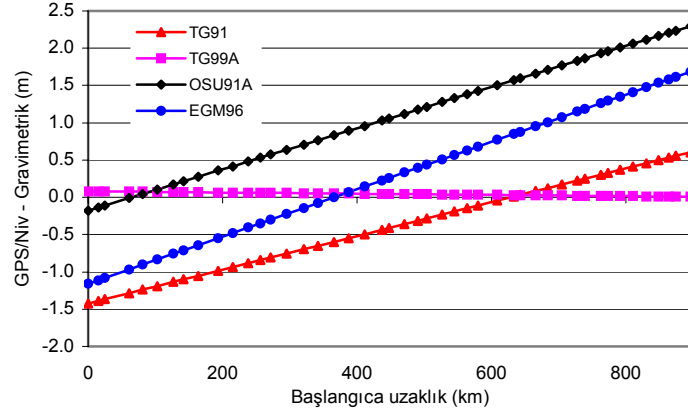
süzülmesiyle, aykırılık (standart sapma) OSU91A'da 1.189 m'den 0.923 m'ye, EGM96'da 1.196 m'den 0.821 m'ye düşmüştür.



Şekil 9. Antalya ve Samsun mareograf istasyonları arasında 47 noktalı GPS/nivelman, OSU91A ve EGM96 jeoit kesitleri (üst) ve aralarındaki karşılaştırma (alt)

Çizelge 4. 47 noktada GPS/nivelman ve değişik gravimetrik jeoit yüksekliği farklarının doğrusal trend analizi (m)

Fark	Kayıklık	Eğim	Min.	Maks.	St. Sapma
GPS/Niv-TG91	-0.365	2.226ppm	-0.422	0.436	0.212
GPS/Niv-TG99A	0.042	-0.081ppm	-0.390	0.213	0.110
GPS/Niv-OSU91A	1.136	2.761ppm	-1.560	1.189	0.923
GPS/Niv-EGM96	0.348	3.174ppm	-1.769	0.996	0.821



Şekil 10. Kuzey güney doğrultusunda geometrik ve global gravimetrik jeoit kesitleri arasındaki kayıklık ve eğim etkisi

## 6. SONUÇ

Elipsoidal ve ortometrik yükseklikler, yüksek presizyonlu ölçme teknikleri arasında sayılan GPS ve hassas nivelman tekniği ile belirlenebilmektedir. Söz konusu yükseklikler arasındaki geometrik ilişki, jeoit belirleme çalışmalarında GPS/nivelman verilerinden yararlanılmasını olanaklı kılmaktadır. Bu çalışmada GPS/nivelman verilerinin duyarlı jeoit belirleme çalışmalarına sağladığı katkı incelenmiştir.

Uygulama için TUDKA birinci derece nivelman geçkisi kullanılmıştır. Ortalama 20 km aralıklarla seçilen 47 kontrol noktasının Helmert ortometrik yüksekliği bilinmektedir. Aynı noktalarda elipsoidal yükseklikleri belirlemek amacıyla iki GPS kampanyası düzenlenmiştir. GPS verilerinin değerlendirilmesinde nasıl bir yöntem izleneceği baz uzunluğu, ölçme süresi ve atmosferik parametrelere göre değişen sekiz ayrı çözümün sonuçlarına bakılarak kararlaştırılmıştır. Uzunluğu 10-1363 km arasında değişen 43 baz vektörü için tamsayı belirsizliği çözüm oranı %91.40'dır. Yükseklik bileşeninin doğruluğu, geçki noktalarında 17.7 mm, IGS noktalarında 4.2 mm'dir. Aradaki dikkat çekici fark ölçme süresinden kaynaklanmaktadır. Sonuç

olarak, dayanak noktasına uzaklığı 10 ile 60 km arasında değişen noktalar için en az 4 saatlik gözlem süresinin 2 cm doğruluğunda elipsoidal yükseklik belirlemeye yeterli olacağı söylenebilir.

Antalya mareograf istasyonu ortalama deniz düzeyine göre Helmert ortometrik ve ITRF97 koordinat sistemi 2001.2 epochunda WGS84 elipsoidine göre elipsoidal yüksekliği bilinen 47 noktanın jeoit yüksekliği hesaplanmış ve Antalya-Samsun mareograf istasyonları arasındaki geometrik jeoit kesiti ortaya çıkarılmıştır. Helmert ortometrik ve elipsoidal yüksekliklerin standart sapma değerleriyle jeoit kesiti için hata kestirimi yapılmıştır. Geometrik jeoit yüksekliklerinin doğruluğu, nivelman yol uzunluğuna bağlı olarak 7 cm'nin altında kalmaktadır. Ölçü hataları dışında GPS/nivelman jeoit yüksekliklerinin doğruluğunu etkileyen iki önemli ayrıntıya dikkat edilmelidir: Jeoit yükseklikleri yerel düşey datuma göre tanımlıdır; Helmert ortometrik yüksekliğini belirlemek için öngörülen varsayımdan kaynaklanan hata aynı büyüklükte  $N_{GPS/Niv}$ 'ye de yansır. Düşey kontrol ağının başlangıç noktasındaki datum belirsizliği göz ardı edilir, yalnızca ölçü ve varsayım hataları göz önüne alınırsa uygulama geçkisi boyunca GPS/nivelman jeoidinin hatası 10 cm'nin altına düşer. Yerel düşey datumla çakışan bu doğrulukta GPS/nivelman jeoidi, GPS ile bağlantılı olarak kullanılacak jeoit modelinin oluşturulmasına büyük bir katkı sağlar. Bu çalışmada sözü edilen katkı TG91 (gravimetrik) ve TG99A (gravimetrik+GPS/nivelman) örneğinde ortaya konmuştur.

47 noktaya göre GPS/nivelman ve TG91 jeoitleri arasındaki RMS uyumu 0.739 m'dir. Gravimetrik ve GPS/nivelman jeoidi arasındaki datum tutarsızlığı, uzun dalga boylu sistematik bozulmalar,  $H$  (ya da  $N$ )'nin hesabı sırasında yapılan varsayım hataları, düşey yöndeki yer kabuğu hareketleri,  $H$ ,  $h$ ,  $N$ 'deki rastlantısal ölçü hataları göz önüne alınırsa aradaki farkın bu kadar büyük olması olağandır. Söz konusu uyum TG99A için 0.118 m'dir. Bu sonuç, TG99A kullanılarak geçtiği boyunca ortometrik yüksekliklerin 12 cm'lik doğrulukla elde edilebileceği anlamına gelmektedir. TG91 ve 196 GPS/nivelman jeoidi arasındaki ortalama mutlak farkın sıfırıncı derece terime eşitlenmesi ve TG91'deki uzun dalga boylu sistematik eğim farkının GPS/nivelman verileriyle kontrol altına alınması iyileşmenin temel nedenleridir.

Bütün bu sonuçlara bakılarak elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklere geçiş için en uygun dönüşüm yüzeyinin gravimetrik, GPS ve nivelman verilerinin kombinasyonu ile hesaplanabileceği görülmektedir. Her üç kaynak bilginin doğruluğu ne ölçüde yüksek olursa, belirlenecek modelin ve dolayısıyla GPS ile elde edilen ortometrik yüksekliklerin doğruluğu da aynı ölçüde yüksek olur.

## TEŞEKKÜR

Bu makale, Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü'nce desteklenen bir araştırma projesi çerçevesinde hazırlanmıştır. Yıldız Teknik Üniversitesi ve Harita Genel Komutanlığı arasında imzalanan protokol kapsamında, Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı 1999, Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı 1999A, Türkiye Jeoitleri 1991 ve 1999A'ya ilişkin bilgi ve belgeler Harita Genel Komutanlığı'ndan temin edilmiştir. Arazi çalışmalarında kullanılan GPS alıcıları YTÜ ve Gebze YTE Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölüm Başkanlığı'ndan, araçlar AVIS ve ATLAS kuruluşlarından sağlanmıştır. Bu kurum ve kuruluşlara ve yetkililerine, ayrıca özveride bulunarak arazi çalışmalarına katılan Mustafa Berber, Niyazi Arslan, Cüneyt Aydın, Uğur Doğan, Öztuğ Bildirici, Fatih Uysal ve Hakan Alban'a destek ve yardımları nedeniyle teşekkür ederiz.

## KAYNAKLAR

- [1] Demirel, H. "Yükseklik Sistemleri ve Nivelman Sonuçlarının İndirgenmesi", Yıldız Teknik Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Müh. Bölümü, İstanbul (yayımlanmamış), 1984.

### *Antalya ve Samsun Mareograf İstasyonları...*

- [2] Vaniček, P. ve Krakiwsky, E. "Geodesy: The Concepts", Second Edition, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1986.
- [3] Engelis, T., Rapp, R.H. ve Tscherning, C.C. "The Precise Computation of Geoid Undulation Differences with Comparison To The Results Obtained From The Global Positioning System", Geophysical Research Letters, Vol.1, No.9, 821-824,1984.
- [4] Schwarz, K.P., Sideris, M.G. ve Forsberg, R. "Orthometric Heights without Leveling", Journal of Surveying Engineering, Vol.113, No.2, 28-40, 1987.
- [5] Eckl, M.C, Snay, R.A, Soler, T. Cline, M.W., Mader, G.L. "Accuracy of GPS-Derived Relative Positions as a Function of Interstation Distance and Observing-Session Duration", Journal of Geodesy, 75: 633-640, 2001.
- [6] Hugentobler, U., Schaer, S. ve Fridez, P. (Ed.) "Bernese GPS Software Version 4.2", Astronomical Institute University of Bern, 2001.
- [7] Üstün, A. "Bölgesel ve Global Yükseklik Sistemlerinin Oluşturulmasında GPS'nin Katkısı Üzerine Bir İnceleme: Antalya-Samsun Mareograf İstasyonları Arasında GPS Nivelmanı Örneği", Doktora Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü (yayımlanmamış), 2002.
- [8] Sideris, M.G. "Regional Geoid Determination", Geoid and Its Geophysical Interpretations, P. Vaniček ve N.T. Christou (Derl.), CRC Press, Florida, 77-94, 1994.
- [9] Martinec, Z. "Boundary-Value Problems for Gravimetric Determination of a Precise Geoid", Lecture Notes in Earth Sciences 73, Springer, 223s, 1998.
- [10] Smith, D.A. ve Milbert, D.G. "The GEOID96 High Resolution Geoid Height Model for the United States", Journal of Geodesy, 73: 219-236, 1999.
- [11] Featherstone, W.E. "Refinement of A Gravimetric Geoid Using GPS and Levelling Data", Journal of Surveying Engineering, 126 (2), 27-56, 2000.
- [12] Ayhan, M.E., Demir, C., Lenk, O., Kılıçoğlu, A., Aktuğ, B., Açıkgöz, M., Fırat, O., Şengün, Y.S., Cingöz, A., Gürdal, M.A., Kurt, A.İ., Ocak, M., Türkez, A., Yıldız, H., Bayazıt, N., Ata, M., Çağlar, Y. ve Özerkan, A. "Türkiye Temel GPS Ağı-1999A (TUTGA99A)", Harita Dergisi, Özel Sayı:16, 69s, 2002.
- [13] Kearsley, A.H.W. "Data Requirements for Determining Precise Relative Geoid Heights From Gravimetry", Journal of Geophysical Research, 91, B9, 9193-9201, 1986.
- [14] Forsberg, R. Ve Tscherning, C.C. "Topographic Effects in Gravity Field Modelling for BVP, Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid", Lecture Notes in Earth Sciences 65, F. Sanso ve R. Rummel (Ed.), Springer,241-272, 1997.
- [15] Heiskanen, W. ve Moritz, H. "Fiziksel Jeodezi", (Ç: Onur GÜRKAN), Karadeniz Üniversitesi Basımevi, Trabzon, 1984.
- [16] Featherstone, W.E. "Absolute and Relative Testing of Gravimetric Geoid Models Using Global Positioning System and Orthometric Height Data", Computers & Geosciences, 27: 807-814, 2001.
- [17] Üstün, A., Demir, C., Kılıçoğlu, A., Demirel, H. "Determination of a Geometrical Geoid Profile Between the Mediterranean and the Black Sea by GPS-Levelling", Gravity and Geoid 2002 (GG2002), 3<sup>rd</sup> Meeting of the International Gravity and Geoid Commission, 26-30 Ağustos 2002, Selanik (baskıda), 2002.
- [18] Featherstone, W.E., Dentith, M.C. ve Kirby, J.F. "Strategies for The Accurate Determination of Orthometric Heights from GPS", Survey Review, 34, 267: 278-296, 1998.
- [19] Kotsakis, C. ve Sideris, M.G. "On The Adjustment of Combined GPS/Levelling/Geoid Networks", Journal of Geodesy, 73: 412-421, 1999.
- [20] Fotopoulos, G., Featherstone, W.E. ve Sideris, M.G. "Fitting a Gravimetric Geoid Model To The Australian Height Datum via GPS Data", Gravity and Geoid 2002 (GG2002), 3<sup>rd</sup> Meeting of the International Gravity and Geoid Commission, 26-30 Ağustos 2002, Selanik (baskıda), 2002.

- [21] Demir, C. “Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı-1999 (TUDKA-99)’un Dengelenmesi”, İç Rapor No: Jeof-99-2, Jeodezi Dairesi Başkanlığı, HGK, Ankara (yayımlanmamış), 1999.
- [22] Rothacher, M ve Mervart, L. “Bernese GPS Software Version 4.0”, Astronomical Institute University of Berne, Switzerland, 1996.
- [23] Sideris, M.G., Mainville, A., Forsberg, R. “Geoid Testing Using GPS Levelling (or GPS testing Using Levelling and The Geoid?)”, Australian Journal of Geodesy and Photogrammetry Surveying, 57: 62-77, 1992.
- [24] Ayhan, M.E. “Geoid Determination in Turkey (TG91)”, Bulletin Geodesique, 67: 10-22, 1993.
- [25] Rapp, R.H., Wang, Y.M., Pavlis, N.K. “The Ohio State Geopotential and Sea Surface Topography Harmonic Coefficient Models”, Report 410, Department of Geodetic Sciences and Surveying, Ohio State University, Columbus, 43210-1247, 1991.
- [26] Lemoine, F.G., Smith, D.E., Kunz, L., Smith, R., Pavlis, E.C., Pavlis, N.K., Kolosko, S.M., Chinn, D.S., Torrence, M.H., Williamson, R.G., Cox, C.M., Rachlin, K.E., Wang, Y.M., Kenyon, S.C., Salman, R., Trimmer, R., Rapp, R.H., Nerem, R.S. “The Development of The Joint NASA GSFC and NIMA Geopotential Model EGM96, NASA/TP-1998-206861, National Aeronautics and Space Administration, Maryland, USA, 1998.
- [27] Smith, D.A., “There is no such thing as “The” EGM96 Geoid: Subtle Points on the Use of a Global Potential Model”, IGeS Bulletin, No: 8, 17-28, 1998.
- [28] Groten, E. “Parameters of Common Relevance of Astronomy”, Geodesy and Geodynamics, The Geodesist’s Handbook, Journal of Geodesy, 74: 134-140, 2000.
- [29] Rapp, R.H. “Use of Potential Coefficient Models for Geoid Undulation Determinations using a Spherical Harmonic Representation of Height Anomaly/Geoid Undulation Difference”, Journal of Geodesy, 71: 282-289, 1997.