

DİKDÖRTGEN KESİTLİ KUŞATILMIŞ BETONARME KOLONLARIN PEKLEŞME ETKİSİ GÖZÖNÜNE ALINARAK ÇÖZÜMÜ

Sema NOYAN ALACALI, Bilge DORAN

*Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü,
Yıldız- İSTANBUL*

Geliş Tarihi: 14.10.2002

ANALYSIS FOR RECTANGULAR RC COLUMNS WITH CONFINED CONSIDERING STRAIN HARDENING

SUMMARY

In ultimate limit design of reinforced concrete structures, the possibility of the assumed design bending moment distribution is related to the ductility at plastic hinges. The precedent researches have shown that the ductility and energy dissipation capacity of a reinforced concrete member can be improved significantly by confining the concrete by closely spaced rectangular steel hoops. On the other hand, the ultimate curvatures of reinforced concrete sections cannot be calculated accurately by neglecting strain hardening in steel. In such a case, the reliability of the limit design and seismic design may be affected unfavourably. In this context, based upon an appropriate steel behaviour model including strain hardening, a reliable and accurate algorithm can be developed for confined column sections.

ÖZET

Betonarme yapıların son limit tasarımında kabul edilen hesap momentleri dağılımının gerçekleşebilmesi, plastik mafsalların sünekliğiyle ilgilidir. Yapılan araştırmalar betonarme bir elemanın sünekliğinin ve enerji yutma kapasitesinin, betonun yanal donatıyla kuşatılması ile büyük ölçüde artacağını göstermiştir. Ayrıca; yapısal tasarımda donatı çeliğinde pekleşmenin gözönüne alınmaması, eğriliğin olduğundan büyük tahmin edilmesine neden olur. Bu da limit tasarımın güvenilirliğini azaltır. Bu bağlamda kuşatılmış kesitli betonarme kısa kolonların donatıdaki pekleşme gözönüne alınarak çözümlenmesi ve boyutlandırılmasına ilişkin duyarlı algoritmalar geliştirilebilir.

1. GİRİŞ

Bu çalışmada yanal donatı ile kuşatılmış son limite basınç ya da çekme kırılmasıyla ulaşan betonarme kısa kolonların donatı çeliğindeki pekleşme gözönüne alınarak çözümlenmesi ve tasarımına ilişkin algoritmalar geliştirilmiştir. Betonarme yapıların limit tasarımında plastik mafsalların, genellikle giriş-kolon birleşimlerinde olduğu, bu birleşimlerin sismik etkileri tüketebilecek ölçüde yeterli sünekliğe sahip olması istenir. Son 20 yıl içerisinde yapılan deneysel araştırmalar, yanal basınç uygulanan betonda mukavemet ve sünekliğin önemli ölçüde arttığını ve bu artışın sık aralıklı yanal donatıyla sağlanabileceğini göstermiştir. Bu nedenle çalışmada geliştirilen algoritmalarda yanal donatının kuşatma (sargı) etkisi gözönüne alınmıştır.

YTÜD 2003/1

Ayrıca; son limite ulaşmış bir kesitte donatı pekleşme evresindeyse, pekleşmenin gözönüne alınmaması, pekleşme kesit mukavemetini artırdığı için, yükün ve momentin olduğundan küçük, eğriliğin ise olduğundan büyük tahmin edilmesine neden olur. Bu, kesitin yük taşıma kapasitesinin belirlenmesi yönünden ihtiyatlı bir yaklaşımdır. Ancak limit tasarımda ve deprem tasarımında eğriliğin olduğundan büyük tahmin edilmesi, tasarımların güvenilirliğini azaltır. Bununla birlikte en uygun ve duyarlı çözüm, pekleşmeyi içeren tasarım algoritmalarının kullanılmasıdır. Bu nedenle makalede tasarım için geliştirilen ve çalışmada esas alınan kuşatılmış beton ve pekleşmeli çelik için kabul edilen davranış modelleri açıklanmış, kısa kolon son limit yükünün, momentinin ve eğriliğinin belirlenmesine ilişkin algoritmalar geliştirilmiş, kısa kolonların tasarımına yönelik bazı önerilerde bulunulmuştur.

2. BETON VE DONATI ÇELİĞİNİN DAVRANIŞ MODELLERİ

Monotonik yük etkisinde kalan yanal donatıyla kuşatılmış beton ve pekleşme evresindeki donatı çeliği için tasarımda kullanmaya elverişli gerilme-birim şekil değiştirme davranış modelleri Şekil 1 ve Şekil 2 de gösterilmiştir [1,2,7,10,12,13].

2.1. Beton için Davranış Modeli

K = kuşatma katsayısı

$$f_{ck} < 50 \text{ Mpa için } K = 1 + \rho_h (f_{yk} / f_{ck})$$

$$f_{ck} \geq 50 \text{ Mpa için } K = 1 + 0.75 \rho_h (f_{yk} / f_{ck})$$

$$\psi_c = \tan \theta_c / f_{cd} = (K - 0.5) / (\epsilon_{50u} + \epsilon_{50h} - 0.002K)$$

$$\psi = \tan \theta / f_{cd} = 0.5 / (\epsilon_{50u} - 0.002)$$

$$\epsilon_{50u} = (3 + 0.29k_3 f_{cd}) / (145k_3 f_{cd} - 1000)$$

$$\epsilon_{50h} = 0.75 \rho_h (b_h / s_h)^{1/2}$$

$$\rho_h = 2A_{sh} (b_h' + d_h') / (b_h d_h) s_h \quad (\text{Halka donatı hacimsel yüzdesi})$$

γ_{mc} = beton için malzeme katsayısı

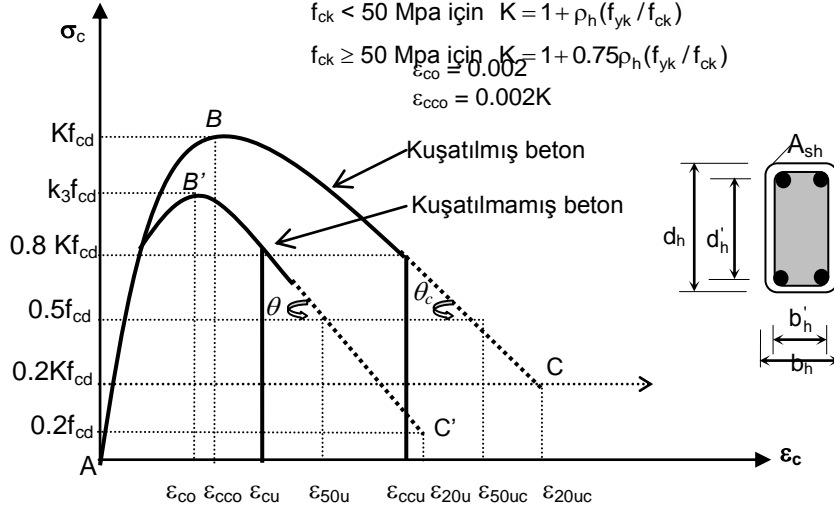
k_3 = deney elemanında ulaşılan maksimum gerilme ile betonun silindirik mukavemeti arasındaki oran, $k_3=0.85, 1$ gibi [3]

A_{sh} = Halka donatı enkesit alanı

s_h = Halka donatı aralığı

b_h, b_h' = Kuşatılmış beton çekirdeğin, sırayla, halka kolları dışından ve halka kolu eksenlerinden ölçülen genişlikleri.

d_h, d_h' = Kuşatılmış beton çekirdeğin, sırayla, halka kolları dışından ve halka kolu eksenlerinden ölçülen yükseklikleri.

Şekil 1. Beton için $\sigma - \varepsilon$ davranış modeli

AB bölümü için ($\varepsilon_c \leq 0.002K$)

$$\sigma_c = Kf_{cd} \left[(2\varepsilon_c / 0.002K) - (\varepsilon_c / 0.002K)^2 \right]$$

BC bölümü için ($0.002K < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20uc}$):

$$\sigma_c = f_{cd} \left[K - \psi_c (\varepsilon_c / 0.002K) \right]$$

AB' bölümü için ($\varepsilon_c \leq 0.002$):

$$\sigma_c = k_3 f_{cd} \left[(2\varepsilon_c / 0.002) - (\varepsilon_c / 0.002)^2 \right]$$

B'C' bölümü için ($0.002 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20u}$):

$$\sigma_c = k_3 f_{cd} \left[1 - \psi (\varepsilon_c / 0.002) \right]$$

$$\varepsilon_{ccu} = K(0.2 / \psi_c + 0.002)$$

ε_{ccu} = çekirdek beton yüzeyinde oluşan etkili maksimum birim kısalma [2].

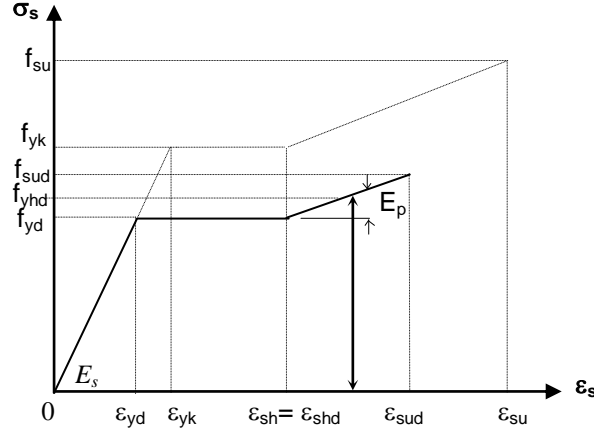
ε_{cu} = beton basınç yüzü lifinde oluşan etkili maksimum birim kısalma [4,5].

k_{1c} , k_{2c} , k_1 , k_2 = sırasıyla, kuşatılmış ve kuşatılmamış beton için basınç gerilmeleri dağılımını belirleyen parametreler.

Betondaki gerilmeler $\sigma_c = g(\varepsilon_c)$ şeklinde ifade edilebiliyorsa, belirli bir beton basınç yüzü lifi birim kısalması, ε_{cm} için kuşatılmış ve kuşatılmamış betona ilişkin basınç gerilmeleri dağılımını belirleyen k_{1c} , k_{2c} , k_1 , k_2 parametreleri hesaplanabilir [3].

2.2. Donatı Çeliği İçin Davranış Modelleri

Donatı çeliğinin pekleşmeli davranışını tanımlayan ve tasarım için geliştirilen bir model, Şekil 2 de gösterilmiştir. Bu modelde, elastik davranış yükselen bir doğruyla, plastik davranış yatay bir doğruyla, ε_{sh} deformasyonundan sonra, pekleşme etkisi doğrusal yükselen bir doğruyla gösterilmiştir. Modelde plastikleşmeyi temsil eden bölümün eğimi, plastiklik modülü, E_p ile gösterilmiştir [8]: $E_p = (f_{su} - f_{yk}) / (\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh})$.

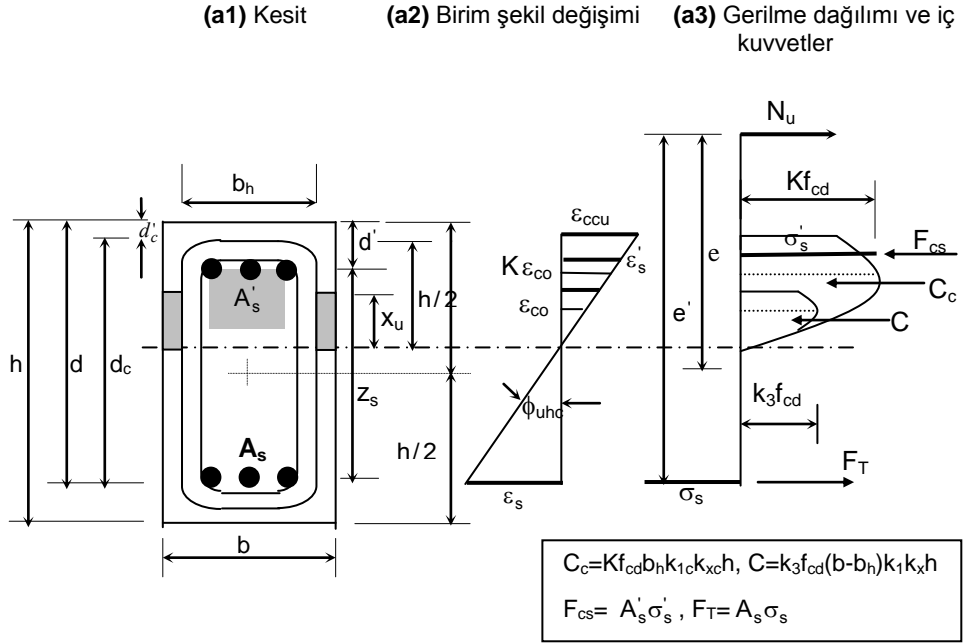


Şekil 2. Monotonik yük etkisinde kalan çeliğin pekleşmeli $\sigma - \epsilon$ davranışını betimleyen model

Belirli bir $\epsilon_s > \epsilon_{shd}$ ($\epsilon_{shd} = \epsilon_{sh}$) şekil değişimi için akma gerilmesinin tasarım değeri $f_{yhd} = f_{yd} + (\epsilon_s - \epsilon_{sh})E_p \leq f_{sud}$, $f_{sud} = f_{su} / 1.3$, $\epsilon_{sud} = (f_{sud} - f_{yd}) / E_p + \epsilon_{sh}$ genel bağıntılarıyla hesaplanabilir. Burada ϵ_{sud} , donatı çeliği son limit birim şekil değişiminin tasarım değerini ifade etmektedir.

3. KISA KOLONLARIN ÇÖZÜMLENMESİ

Çok katlı ve çok açıklıklı yapısal sistemlerde kolon uç momentleri değişik yüklemeler nedeniyle işaret değiştirebilirler. Çift eğriliği kolonlarda kolonun aynı yüzünün bir bölümü basınç, öteki bölümü çekme etkisinde kalır; uç momentleri işaret değiştirdiği zaman basınca çalışan yüz bölümü çekmeye, çekmeye çalışan yüz bölümü basınca çalışır. Bu nedenle, sünme etkisi de gözönünde bulundurularak kolonların simetrik tasarlanması uygun olur. Bu bölümde, iki yüzünde simetrik donatı bulunan dikdörtgen kesitli bir kısa kolonun, belirli bir eksantrisite(e) karşılığı son limit yükünün (N_u), momentinin (M_u) ve eğriliğinin (ϕ_u) belirlenmesini sağlayan algoritmalar geliştirilecektir [9].

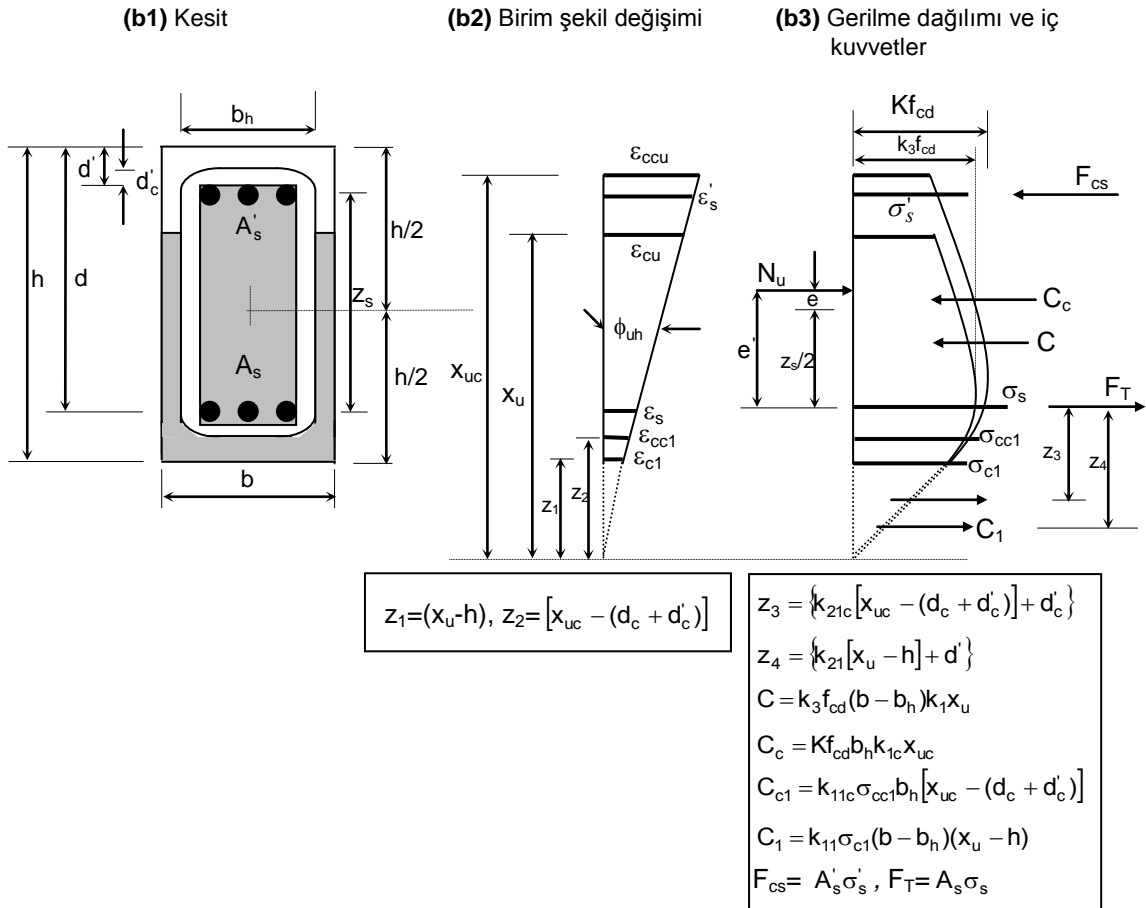


Şekil 3a. Kısa kolon hesabı, $x_{uc} \leq h$ durumu

3.1. Dengeli Eksantrisite

Donatı yüzdeleri ve indeksleriyle (mekanik donatı oranı) ilgili şu tanımlamalar yapılabilir: $\rho = \rho' = A_s / b h$, $\omega = \omega' = \rho f_{yd} / f_{cd}$. Dengeli limit durum için $\epsilon_s = \epsilon_{yd}$ ve $\sigma_s = f_{yd}$ olur. Boyutsuz dengeli dış merkezlik (eksantrisite), e_b / h , uygunluk ilişkileri ile kuvvet ve moment denge denklemlerinden elde edilir (Şekil 3a, 3b).

$$\epsilon'_s = \epsilon_{ccu} - (\epsilon_{ccu} + \epsilon_{yd})(d'_c / d_c) \quad (1)$$



Şekil 3b. Kısa kolon hesabı, $x_{uc} > h$ durumu

Bu bağıntıda eğer $\epsilon'_s < \epsilon_{yd}$ ise $\sigma'_s = \epsilon'_s E_s$; $\epsilon_{yd} \leq \epsilon'_s \leq \epsilon_{sh}$ ise $\sigma'_s = f_{yd}$; $\epsilon_{sh} \leq \epsilon'_s \leq \epsilon_{sud}$ ise

$\sigma'_s = \sigma'_{sh} = f_{yd} + (\epsilon'_s - \epsilon_{sh}) E_p > f_{yd}$ alınmalıdır. Bu tanımlamalara göre,

$$k_{xcb} = \left[\frac{\epsilon_{ccu}}{\epsilon_{ccu} + \epsilon_{yd}} \right] (d_c / h) \quad (2)$$

$$k_{xb} = k_h k_{xcb}, \quad k_h = \epsilon_{cu} / \epsilon_{ccu} \quad (3)$$

$$N_b = bh f_{cd} \left\{ k_{1c} K k_{xcb} (b_h / b) + k_1 k_3 k_{xb} [1 - (b_h / b)] + \omega (\sigma'_s / f_{yd}) - \omega \right\} \quad (4)$$

$$N_b e'_b = N_b (e_b + 0.5 z_s) = K f_{cd} b_h k_{1c} k_{xcb} h (d_c - k_{2c} k_{xcb} h) + f_{cd} (b - b_h) k_1 k_3 k_{xb} h (d - k_2 k_{xb} h) + \rho' b h \sigma'_s z_s \quad (5)$$

$$\frac{e_b}{h} = \frac{k_{1c} K k_{xcb} \left(\frac{b_h}{b}\right) \left[\left(\frac{d_c}{h}\right) - k_{2c} k_{xcb}\right] + k_1 k_3 k_{xb} \left[1 - \left(\frac{b_h}{b}\right)\right] \left[\left(\frac{d}{h}\right) - k_2 k_{xb}\right] + \omega' \left(\frac{\sigma'_s}{f_{yd}}\right) \left(\frac{z_s}{h}\right)}{k_{1c} K k_{xcb} \left(\frac{b_h}{b}\right) + k_1 k_3 k_{xb} \left[1 - \left(\frac{b_h}{b}\right)\right] + \omega \left(\frac{\sigma'_s}{f_{yd}}\right) - \omega} - 0.5(z_s/h) \quad (6)$$

elde edilir.

3.2. Basınç Kırılması

$e < e_b$ (veya $e/h < e_b/h$) ise basınç kırılması oluşur. Bu durum için tarafsız eksenin konumuna göre iki algoritma geliştirilebilir:

i) Tarafsız eksenin kesit içinde kalması durumu ($x_{uc} \leq h$)

Tanım gereği çekme donatısında oluşan gerilme $\sigma_s < f_{yd}$ ise, $\sigma_s = \varepsilon_s E_s$ dir. Aşağıdaki ilişkiler yazılabilir (Şekil 3a):

$$k_{xc} = g(\varepsilon_s) = [\varepsilon_{ccu} / (\varepsilon_{ccu} + \varepsilon_s)] (d_c / h) \quad (7)$$

$$k_x = k_h k_{xc} \quad (7a)$$

$$k_h = \varepsilon_{cu} / \varepsilon_{ccu} \quad (8)$$

Basınç donatısında oluşan gerilme σ'_s için üç durum söz konusudur:

$$\bullet \varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \text{ ise, } \sigma'_s = \varepsilon'_s E_s < f_{yd} \quad (9a)$$

$$\bullet \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon'_s \leq \varepsilon_{sh} \text{ ise, } \sigma'_s = f_{yd} \quad (9b)$$

$$\bullet \varepsilon_{sh} \leq \varepsilon'_s \leq \varepsilon_{sud} \text{ ise, } \sigma'_s = \sigma'_{sh} = f_{yd} + (\varepsilon'_s - \varepsilon_{sh}) E_p > f_{yd} \quad (9c)$$

$$(1) \varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \text{ ise, } \sigma'_s = \varepsilon'_s E_s < f_{yd}$$

$$\varepsilon'_s = g(\varepsilon_s) = \varepsilon_{ccu} - (\varepsilon_{ccu} + \varepsilon_s) (d'_c / d_c) \quad (10)$$

$$\sigma'_s = g(\varepsilon_s) = \varepsilon'_s E_s = \varepsilon'_s (f_{yd} / \varepsilon_{yd}) = \left\{ \varepsilon_{ccu} \left[1 - (d'_c / d_c) \right] - \varepsilon_s (d'_c / d_c) \right\} (f_{yd} / \varepsilon_{yd}) < f_{yd} \quad (11)$$

$$\sigma_s = g(\varepsilon_s) = \varepsilon_s E_s = \varepsilon_s (f_{yd} / \varepsilon_{yd}) < f_{yd} \quad (12)$$

$$N_u = bh f_{cd} \left\{ k_{1c} K k_{xc} (b_h / b) + k_1 k_3 k_x \left[1 - (b_h / b) \right] + \omega (\sigma'_s / f_{yd}) - \omega (\sigma_s / f_{yd}) \right\} \quad (13)$$

$$N_u e' = bh f_{cd} \left\{ k_{1c} K k_{xc} (b_h / b) (d_c - k_{2c} k_{xc} h) + k_1 k_3 k_x \bullet \left[1 - (b_h / b) \right] (d - k_2 k_x h) + \omega (\sigma'_s / f_{yd}) z_s \right\} \quad (14)$$

bulunur. (14) denklemindeki N_u yerine (13) ile belirtilen ifade yazılır ; k_{xc} , σ'_s ve σ_s yerine bunları ε_s türünden belirten (7,11,12) bağıntıları konular ve denklem bilinmeyen ε_s 'e göre düzenlenirse:

$$A \varepsilon_s^3 + B \varepsilon_s^2 + C \varepsilon_s + D = 0 \quad (15)$$

bulunur. Burada:

$$A = -(\omega / \varepsilon_{yd}) \left\{ (d'_c / d_c) [(e' / h) - (z_s / h)] + (e' / h) \right\} \quad (15a)$$

$$B = (\omega / \varepsilon_{yd}) \varepsilon_{ccu} \left\{ \left[1 - 3(d'_c / d_c) \right] [(e' / h) - (z_s / h)] - 2(e' / h) \right\} \quad (15b)$$

$$C = \varepsilon_{ccu} \left\{ \left[k_{1c} K (b_h / b) [(e' / h) - (d_c / h)] + k_1 k_3 k_h \left[1 - (b_h / b) \right] [(e' / h) - (d / h)] \right] (d_c / h) + \right.$$

$$+ (\omega / \varepsilon_{yd}) \varepsilon_{ccu} \left[\left[2 - 3(d'_c / d_c) \right] \left[(e' / h) - (z_s / h) \right] - (e' / h) \right] \quad (15c)$$

$$D = \varepsilon_{ccu}^2 \left\{ k_{1c} K(b_h / b) (d_c / h) \left[(e' / h) - (d_c / h) + k_{2c} (d_c / h) \right] + k_1 k_3 k_h \left[1 - (b_h / b) \right] \bullet \right. \\ \bullet \left. \left[(e' / h) - (d / h) + k_2 k_h (d_c / h) \right] (d_c / h) + \right. \\ \left. + (\omega / \varepsilon_{yd}) \varepsilon_{ccu} \left[1 - (d'_c / d_c) \right] \left[(e' / h) - (z_s / h) \right] \right\} \quad (15d)$$

dir.

(2) $\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon'_s \leq \varepsilon_{sh}$, $\sigma'_s = f_{yd}$ ise, (15) denkleminin katsayıları şöyle olur:

$$A = -(\omega / \varepsilon_{yd}) (e' / h) \quad (15e)$$

$$B = \omega \left\{ (e' / h) \left[1 - 2(\varepsilon_{ccu} / \varepsilon_{yd}) \right] - (z_s / h) \right\} \quad (15f)$$

$$C = \varepsilon_{ccu} \left\{ \left[k_{1c} K(b_h / b) \left[(e' / h) - (d_c / h) \right] + k_1 k_3 k_h \left[1 - (b_h / b) \right] \right] \left[(e' / h) - (d / h) \right] (d_c / h) + \right. \\ \left. + \omega \left[(e' / h) \left[2 - (\varepsilon_{ccu} / \varepsilon_{yd}) \right] - 2(z_s / h) \right] \right\} \quad (15g)$$

$$D = \varepsilon_{ccu}^2 \left\{ k_{1c} K(b_h / b) (d_c / h) \left[(e' / h) - (d_c / h) + k_{2c} (d_c / h) \right] + k_1 k_3 k_h \left[1 - (b_h / b) \right] \bullet \right. \\ \bullet \left. \left[(e' / h) - (d / h) + k_2 k_h (d_c / h) \right] (d_c / h) + \omega \left[(e' / h) - (z_s / h) \right] \right\} \quad (15h)$$

(3) $\varepsilon_{sh} \leq \varepsilon'_s \leq \varepsilon_{sud}$, $\sigma'_s = \sigma'_{sh} = f_{yd} + (\varepsilon'_s - \varepsilon_{sh}) E_p > f_{yd}$ ise, (15) denkleminin katsayıları şöyle belirlenir:

$$A = -\left\{ (\omega / f_{yd}) \left[(e' / h) - (z_s / h) \right] (d'_c / d_c) E_p + (\omega / \varepsilon_{yd}) (e' / h) \right\} \quad (15j)$$

$$B = (\omega / f_{yd}) \left\{ (e' / h) - (z_s / h) \right\} E_p \left\{ \varepsilon_{ccu} \left[1 - 3(d'_c / d_c) \right] + (f_{yd} / E_p) - \varepsilon_{sh} \right\} - \\ - 2(\omega / \varepsilon_{yd}) \varepsilon_{ccu} (e' / h) \quad (15k)$$

$$C = \varepsilon_{ccu} \left\{ (d_c / h) \left\{ k_{1c} K(b_h / b) \left[(e' / h) - (d_c / h) \right] + k_1 k_3 k_h \left[1 - (b_h / b) \right] \right\} \left[(e' / h) - (d / h) \right] \right\} \\ + (\omega / f_{yd}) \left\{ (e' / h) - (z_s / h) \right\} E_p \left\{ \varepsilon_{ccu} \left[2 - 3(d'_c / d_c) \right] + \left[2(f_{yd} / E_p) - 2\varepsilon_{sh} \right] \right\} - \\ - (\omega / \varepsilon_{yd}) (e' / h) \varepsilon_{ccu} \quad (15l)$$

$$D = \varepsilon_{ccu}^2 \left\{ (d_c / h) \left\{ k_{1c} K(b_h / b) \left[(e' / h) - (d_c / h) \right] + k_1 k_3 k_h \left[1 - (b_h / b) \right] \right\} \left[(e' / h) - (d / h) \right] \right\} \\ + (\omega / f_{yd}) \left\{ (e' / h) - (z_s / h) \right\} E_p \left\{ \varepsilon_{ccu} \left[1 - (d'_c / d_c) \right] + \left[(f_{yd} / E_p) - \varepsilon_{sh} \right] \right\} \\ + (d_c / h)^2 \left\{ k_{1c} K k_{2c} (b_h / b) + k_1 k_2 k_3 k_h^2 \left[1 - (b_h / b) \right] \right\} \quad (15m)$$

Algoritma-1

(i) $x_{uc} \leq h$ ve $\sigma'_s = f_{yd}$ varsayılır.

(ii) ε_s (15,15e-15h) belirlenir.

(iii) k_{xc} hesaplanır; $k_{xc} \leq 1$ ise $x_{uc} \leq h$ varsayımı doğrulanmıştır. ε'_s (10) hesaplanır, $\sigma'_s = f_{yd}$ varsayımı denetlenir. $\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd}$ ise (15,15a~15d) bağıntılarıyla, $\varepsilon_{sh} \leq \varepsilon'_s \leq \varepsilon_{sud}$ ise (15,15j~15m) bağıntılarıyla ε_s yeniden hesaplanır. k_{xc} (7) bulunur ve $x_{uc} \leq h$ varsayımı denetlenir. $k_{xc} > 1$ ($x_{uc} > h$) ise belirlemeler önerilen yolla yapılabilir.

(iv) x_{uc} ve σ'_s ile ilgili bağıntılar doğrulanmışsa son limit yükü, N_u , (13) bağıntısıyla belirlenir. $M_u = N_u e$.

(v) Son limite ilişkin eğrilik, ϕ_{unc} aşağıdaki bağıntılardan biriyle hesaplanabilir:

$$\phi_{unc} = (\varepsilon_{ccu} + \varepsilon_s) / d_c \quad \phi_{unc} h = (\varepsilon_{ccu} + \varepsilon_s) (h / d_c) \quad (16a)$$

$$\phi_{uhc} = \varepsilon_{ccu} / k_{xc} h \quad \phi_{uhc} h = \varepsilon_{ccu} / k_{xc} \quad (16b)$$

ii) Tarafsız eksenin kesit dışında kalması durumu ($x_{uc} > h$)

ε_s 'in belirlenmesi için $x_{uc} \leq h$ varsayımına göre oluşturulan denklemler çözüldüğü zaman varsayım gerçekleşmeyebilir, $k_{xc} > 1$ bulunabilir. Bu durumda kesit dışında kalan soyut beton basınç gerilmeleri dağılımını belirleyen k_{11c} , k_{21c} ve k_{11} , k_{21} parametre değerlerini veren entegrallerin [3] üst sınırları ε_{cc1} ve ε_{c1} , bilinmeyen ε_s deformasyonunun fonksiyonu olur. ε_s 'e göre çözümü güç, yüksek mertebeli denklemler elde edilir. Bu gibi durumlarda çözüme deneme-yanılma yoluyla veya sayısal bir yöntemle ulaşılmaya önerilir.

$x_{uc} > h$ için normal kuvvet ve moment denge denklemleri şöyle olur (Şekil 3b):

$$N_u = K f_{cd} b_h k_{1c} x_{uc} + k_3 f_{cd} (b - b_h) k_1 x_u - k_{11c} \sigma_{cc1} b_h [x_{uc} - (d_c + d'_c)] - k_{11} \sigma_{c1} (b - b_h) (x_u - h) + A'_s \sigma'_s + A_s \sigma_s \quad (17)$$

$$N_u e' = K f_{cd} b_h k_{1c} x_{uc} (d_c - k_{2c} x_{uc}) + k_1 k_3 f_{cd} (b - b_h) x_u (d - k_2 x_u) - k_{11c} \sigma_{cc1} b_h [x_{uc} - (d_c + d'_c)] \{ k_{21c} [x_{uc} - (d_c + d'_c)] + d'_c \} - k_{11} \sigma_{c1} (b - b_h) (x_u - h) \{ k_{21} (x_u - h) + d' \} + A'_s \sigma'_s z_s \quad (18)$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{ccu} (x_{uc} - d'_c) / x_{uc} \quad (19)$$

Basınç donatısında oluşan gerilme σ'_s için üç durum sözkonusudur (9a~9c).

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{ccu} (x_{uc} - d_c) / x_{uc}, \quad \sigma_s = \varepsilon_s E_s < f_{yd} \quad (20)$$

$$\varepsilon_{cc1} = \varepsilon_{ccu} [x_{uc} - (d_c + d'_c)] / x_{uc}, \quad \sigma_{cc1} = K f_{cd} [2\varepsilon_{cc1} / 0.002K - (\varepsilon_{cc1} / 0.002K)^2] \quad (21)$$

$$\varepsilon_{c1} = \varepsilon_{cu} (x_u - h) / x_u, \quad \sigma_{c1} = k_3 f_{cd} [2\varepsilon_{c1} / 0.002 - (\varepsilon_{c1} / 0.002)^2] \quad (22)$$

Algoritma-2

$x_{uc} > h$ olması halinde belirli bir dış merkez yük için, N_u , M_u ve ϕ_{uhc} değerleri şu işlem sırası izlenerek belirlenebilir:

(i) x_{uc} için bir değer ($x_{uc} > h$) kabul edilir. ε_{ccu} ve ε_{cc1} için k_{1c} , k_{2c} ve k_{11c} , k_{21c} , ε_{cu} ve ε_{c1} için k_1 , k_2 ve k_{11} , k_{21} değerleri belirlenir.

(ii) σ'_s (9a~9c), σ_s (20) ve σ_{c1} (21), σ_{cc1} (22) hesaplanır.

(iii) N_u (18) belirlenir. Belirlenen değer (17) bağıntısıyla denetlenir. (18) ve (17) bağıntılarından elde edilen N_u değerleri farklıysa, x_{uc} için yeni bir kabul yapılır ve ilgili işlemler tekrarlanır. Özetle, (18) ve (17) bağıntılarıyla belirlenen N_u değerlerinin eşit olmasını sağlayan x_{uc} değeri deneme-yanılma yoluyla araştırılır.

(iv) $M_u = N_u e$, $\phi_{uhc} = \varepsilon_{ccu} / x_{uc}$.

3.3. Çekme Kırılması

$e > e_b$ (ya da $e/h > e_b/h$) ise çekme kırılması oluşur. Bu durumda σ_s gerilmesi için iki durum sözkonusudur. $\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh}$ ise $\sigma_s = f_{yd}$ ve $\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sud}$ (pekleşme evresi) $\sigma_s = f_{yd} + (\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) E_p > f_{yd}$ yazılmalıdır. Benzer şekilde (11) denklemindeki σ'_s gerilmesi için de üç durum sözkonusudur (9a~9c). Buna göre çekme ve basınç donatısında oluşan

gerilmeler açısından altı farklı durum sözkonusudur. Her bir durum için (14) denklemindeki N_u yerine, anılan değişiklik yapılmış (13) bağıntısı yazılır. k_{xc} , σ_s ve σ'_s yerine belirli ifadeler konular ve denklem ε_s 'e göre düzenlenir:

$$A\varepsilon_s^3 + B\varepsilon_s^2 + C\varepsilon_s + D = 0 \quad (23)$$

$$(1) \varepsilon'_y < \varepsilon_{yd} \text{ ise, } \sigma'_s = \varepsilon'_s E_s < f_{yd}, \quad \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \text{ ise, } \sigma_s = f_{yd}$$

$$A = -(\omega / \varepsilon_{yd}) \left\{ (d'_c / d_c) [(e' / h) - (z_s / h)] \right\} \quad (23a)$$

$$B = (\omega / \varepsilon_{yd}) \varepsilon_{ccu} \left\{ [1 - 3(d'_c / d_c)] [(e' / h) - (z_s / h)] - \omega (e' / h) \right\} \quad (23b)$$

$$C = \varepsilon_{ccu} \left\{ [k_{1c} K(b_h / b) [(e' / h) - (d_c / h)] + k_1 k_3 k_h [1 - (b_h / b)] [(e' / h) - (d / h)] \right\} (d_c / h) + \omega \left\{ (\varepsilon_{ccu} / \varepsilon_{yd}) [2 - 3(d'_c / d_c)] [(e' / h) - (z_s / h)] - 2(e' / h) \right\} \quad (23c)$$

$$D = \varepsilon_{ccu}^2 \left\{ k_{1c} K(b_h / b) (d_c / h) [(e' / h) - (d_c / h)] + k_{2c} (d_c / h) \right\} + k_1 k_3 k_h [1 - (b_h / b)] (d_c / h) [(e' / h) - (d / h)] + k_2 k_h (d_c / h) + \omega \left\{ (\varepsilon_{ccu} / \varepsilon_{yd}) [1 - (d'_c / d_c)] [(e' / h) - (z_s / h)] - (e' / h) \right\} \quad (23d)$$

$$(2) \varepsilon'_y < \varepsilon_{yd} \text{ ise, } \sigma'_s = \varepsilon'_s E_s < f_{yd}, \quad \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sud} \text{ ise, } \sigma_s = f_{yd} + (\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) E_p$$

$$A = -\omega \left\{ (1 / \varepsilon_{yd}) (d'_c / d_c) [(e' / h) - (z_s / h)] - (1 / f_{yd}) (e' / h) E_p \right\} \quad (23e)$$

$$B = \omega \left\{ (\varepsilon_{ccu} / \varepsilon_{yd}) [1 - 3(d'_c / d_c)] [(e' / h) - (z_s / h)] - (e' / h) [1 + 2(\varepsilon_{ccu} E_p / f_{yd}) - (\varepsilon_{sh} E_p / f_{yd})] \right\} \quad (23f)$$

$$C = \varepsilon_{ccu} \left\{ [k_{1c} K(b_h / b) [(e' / h) - (d_c / h)] + k_1 k_3 k_h [1 - (b_h / b)] [(e' / h) - (d / h)] \right\} (d_c / h) + \omega \left\{ (\varepsilon_{ccu} / \varepsilon_{yd}) [2 - 3(d'_c / d_c)] [(e' / h) - (z_s / h)] + (1 / f_{yd}) (e' / h) [E_p (2\varepsilon_{sh} - \varepsilon_{ccu}) - 2f_{yd}] \right\} \quad (23g)$$

$$D = \varepsilon_{ccu}^2 \left\{ k_{1c} K(b_h / b) (d_c / h) [(e' / h) - (d_c / h)] + k_{2c} (d_c / h) \right\} + k_1 k_3 k_h [1 - (b_h / b)] (d_c / h) [(e' / h) - (d / h)] + k_2 k_h (d_c / h) + \omega \left\{ (\varepsilon_{ccu} / \varepsilon_{yd}) [1 - (d'_c / d_c)] [(e' / h) - (z_s / h)] - (1 / f_{yd}) (e' / h) [f_{yd} - (\varepsilon_{sh} E_p)] \right\} \quad (23h)$$

$$(3) \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \text{ ise, } \sigma'_s = f_{yd}, \quad \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \text{ ise, } \sigma_s = f_{yd}$$

$$A\varepsilon_s^2 + B\varepsilon_s + C = 0 \quad (23i)$$

$$A = -\omega (z_s / h) \quad (23j)$$

$$B = \varepsilon_{ccu} \left\{ [k_{1c} K(b_h / b) [(e' / h) - (d_c / h)] + k_1 k_3 k_h [1 - (b_h / b)] [(e' / h) - (d / h)] \right\} \bullet (d_c / h) - 2(\omega z_s / h) \quad (23k)$$

$$C = \varepsilon_{ccu}^2 \left\{ k_{1c} K(b_h / b) (d_c / h) [(e' / h) - (d_c / h)] + k_{2c} (d_c / h) \right\} + k_1 k_3 k_h [1 - (b_h / b)] (d_c / h) [(e' / h) - (d / h)] + k_2 k_h (d_c / h) - \omega (z_s / h) \quad (23l)$$

$$(4) \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \text{ ise, } \sigma'_s = f_{yd} \text{ için } \varepsilon_{sh} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sud} \text{ ise, } \sigma_s = f_{yd} + (\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) E_p$$

$$A = -(\omega / f_{yd}) E_p (e' / h) \quad (23m)$$

$$B = -\omega (z_s / h) + (\omega / f_{yd}) (e' / h) (\varepsilon_{sh} - 2\varepsilon_{ccu}) E_p \quad (23n)$$

$$C = \varepsilon_{ccu} \left\{ [k_{1c} K(b_h / b) [(e' / h) - (d_c / h)] + k_1 k_3 k_h [1 - (b_h / b)] [(e' / h) - (d / h)] \right\} (d_c / h) - 2\omega (z_s / h) + (\omega / f_{yd}) (e' / h) [E_p (2\varepsilon_{sh} - \varepsilon_{ccu})] \quad (23o)$$

$$D = \varepsilon_{ccu}^2 \left\{ k_{1c} K(b_h / b) (d_c / h) [(e' / h) - (d_c / h)] + k_{2c} (d_c / h) \right\} + k_1 k_3 k_h [1 - (b_h / b)] (d_c / h) [(e' / h) - (d / h)] + k_2 k_h (d_c / h) -$$

$$-\omega(z_s/h) + (\omega/f_{yd})\varepsilon_{sh}E_p(e'/h) \quad (23ö)$$

$$(5) \quad \varepsilon_{sh} \leq \varepsilon'_s \leq \varepsilon_{sud} \text{ ise, } \sigma'_s = \sigma'_{sh} = f_{yd} + (\varepsilon'_s - \varepsilon_{sh})E_p > f_{yd} \text{ ve } \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \text{ ise, } \sigma_s = f_{yd}$$

$$A = -(\omega/f_{yd})\{(e'/h) - (z_s/h)\}(d'_c/d_c)E_p \quad (23p)$$

$$B = \omega\{(E_p/f_{yd})[(e'/h) - (z_s/h)]\varepsilon_{ccu}[1 - 3(d'_c/d_c)] + (f_{yd}/E_p) - \varepsilon_{sh}\} - (e'/h) \quad (23r)$$

$$C = \varepsilon_{ccu}\{(d_c/h)[k_{1c}K(b_h/b)](e'/h) - (d_c/h) + k_1k_3k_h[1 - (b_h/b)]\}(e'/h) - (d/h) + (\omega/f_{yd})\{(e'/h) - (z_s/h)\}E_p \cdot \{ \varepsilon_{ccu}[2 - 3(d'_c/d_c)] + 2[(f_{yd}/E_p) - \varepsilon_{sh}] \} - 2(\omega e'/h) \quad (23s)$$

$$D = \varepsilon_{ccu}^2\{(d_c/h)[k_{1c}K(b_h/b)](e'/h) - (d_c/h) + k_1k_3k_h[1 - (b_h/b)]\}(e'/h) - (d/h) + (\omega/f_{yd})\{(e'/h) - (z_s/h)\}E_p \{ \varepsilon_{ccu}[1 - (d'_c/d_c)] + (f_{yd}/E_p) - \varepsilon_{sh} \} + (d_c/h)^2[k_{1c}Kk_{2c}(b_h/b) + k_1k_3k_2k_h^2[1 - (b_h/b)]] - \omega(e'/h) \quad (23t)$$

$$(6) \quad \varepsilon_{sh} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sud} \text{ ise, } \sigma_s = \sigma_{sh} = f_{yd} + (\varepsilon_s - \varepsilon_{sh})E_p > f_{yd}$$

$$\varepsilon_{sh} \leq \varepsilon'_s \leq \varepsilon_{sud} \text{ ise, } \sigma'_s = \sigma'_{sh} = f_{yd} + (\varepsilon'_s - \varepsilon_{sh})E_p > f_{yd}$$

$$A = -(\omega/f_{yd})E_p\{(e'/h) - (z_s/h)\}(d'_c/d_c) + (e'/h) \quad (23u)$$

$$B = (\omega/f_{yd})\{(e'/h) - (z_s/h)\}E_p \{ \varepsilon_{ccu}[1 - 3(d'_c/d_c)] + (f_{yd}/E_p) - \varepsilon_{sh} \} - (\omega/f_{yd})(e'/h)\{2\varepsilon_{ccu}E_p + f_{yd} - \varepsilon_{sh}E_p\} \quad (23v)$$

$$C = \varepsilon_{ccu}\{(d_c/h)[k_{1c}K(b_h/b)](e'/h) - (d_c/h) + k_1k_3k_h[1 - (b_h/b)]\}(e'/h) - (d/h) + (\omega/f_{yd})\{(e'/h) - (z_s/h)\}E_p \{ \varepsilon_{ccu}[2 - 3(d'_c/d_c)] + 2[(f_{yd}/E_p) - \varepsilon_{sh}] \} - (\omega/f_{yd})(e'/h)E_p \{ \varepsilon_{ccu} + 2(f_{yd}/E_p) - 2\varepsilon_{sh} \} \quad (23y)$$

$$D = \varepsilon_{ccu}^2\{(d_c/h)[k_{1c}K(b_h/b)](e'/h) - (d_c/h) + k_{2c}(d_c/h) + k_1k_3k_h[1 - (b_h/b)]\} \cdot \{ [(e'/h) - (d/h) + k_2k_h(d_c/h)] \} + (\omega/f_{yd})\{(e'/h) - (z_s/h)\}E_p \cdot \{ \varepsilon_{ccu}[1 - (d'_c/d_c)] + (f_{yd}/E_p) - \varepsilon_{sh} \} - (\omega/f_{yd})(e'/h)[f_{yd} - (\varepsilon_{sh}E_p)] \quad (23z)$$

Algoritma-3

(i) $\sigma'_s = f_{yd}$ ve $\sigma_s = f_{yd}$ varsayılır. ε_s (23i~23l) belirlenir ve varsayım denetlenir. Gerçekleşmiyorsa ε_s (23-23a~23h ve 23m~23z) durumlarından ilgili olanıyla yeniden belirlenir.

(ii) k_{xc} ve σ'_s hesaplanır.

(iii) N_u (17), $M_u = N_u e$, $\phi_{uhc} = \varepsilon_{ccu} / x_{uc}$ bulunur.

4. KISA KOLONLARIN TASARIMI

Hesap yükü N_d ve hesap eğilme momenti M_d etkisine maruz kolonların tasarımı, karşılıklı-etki eğrileri bulunmadığı zaman, önceki bölümde verilen bağıntılar kullanılarak deneme-yanıma yoluyla yapılabilir.

Algoritma-4

(i) b , h ve ρ (dolayısıyla ω) değerleri tahmin edilir.

(ii) N_b (4) hesaplanır, N_d ile karşılaştırılarak kırılma biçimi belirlenir.

YTÜD 2003/1

- (iii) Çözümlemeye ilişkin denklemlerden ilgili olanıyla ε_s değerleri belirlenir.
(iv) N_u hesaplanır, $N_u \neq N_d$ ise boyutlar ve/veya ρ için yeni kabuller yapılır. $N_u \neq N_d$ oluncaya dek işlemler tekrarlanır.
(v) $A_s = A'_s = (\omega f_{cd} / f_{yd}) bh = \rho bh$.

4.1. Ön boyutlandırma ve donatı yüzdesi

Kolonlarda ön boyutlandırmanın, aksel tasarım yüküne ve betonun $\gamma_{mc} = 1.8$ alınarak belirlenen tasarım mukavemetine göre yapılması önerilir. Hesaplarda, $A_c \geq N_d / (f_{ck} / \gamma_{mc})$ ve $A_c \geq N_d / 0.5f_{ck}$ alınabilir. Burada A_c , kolonun enkesit alanını ifade etmektedir. Ayrıca dikdörtgen kesitli kolonların, boyuna donatı oranı, ρ 0.01~0.02 kabul edilerek tasarlanması pratiğe uygun düşer.

4.2. Karşılıklı-etki eğrilerinin belirlenmesi

Karşılıklı etki eğrilerinin belirlenmesini sağlayan boyutsuz yük ve moment değerleri, önceki bölümde ε_s şekil değiştirmelerin fonksiyonu olarak verilen bağıntılarla hesaplanabilir: $N / bhf_{cd} = g(\varepsilon_s)$, $M / bh^2f_{cd} = g(\varepsilon_s)$.

5. SAYISAL UYGULAMA

Aşağıdaki verilere göre yanal donatı ile kuşatılmış kesiti boyutlandırılması ($A_s = A'_s = ?$):
 $N_d = 3000\text{kN}$, $M_d = 50\text{kNm}$, $b = 250\text{mm}$, $h = 600\text{mm}$, $d = 550\text{mm}$, $d_c = 520\text{mm}$,
 $d' = 50\text{mm}$, $d'_c = 20\text{mm}$, malzeme C35/S220, $\varepsilon_{cu} = 0.0035$ ($k_1 = 0.748$, $k_2 = 0.438$),
 $k_3 = 1$, $\rho_h = 0.005$, $b_h / b = 0.80$, $b_h / s_h = 3$, ($\varepsilon_{ccu} = 0.00537$, $k_{1c} = 0.810$, $k_{2c} = 0.459$)
 $K = 1.0314$, $z_s = 500\text{mm}$, $e' = 310\text{mm}$, $\varepsilon_{yd} = 0.0009565$, $\varepsilon_{sh} = 0.02$, $E_p = 750\text{MPa}$,
 $d'_c / d_c = 0.038$, $z_s / h = 0.833$, $e' / h = 0.517$, $d_c / h = 0.867$, $d / h = 0.917$, $k_h = 0.651$

i) $e_d = M_d / N_d = 50 / 3000 = 0.0167\text{m}$, $\rho = 0.016549$ ($\omega = 0.135$) (tahmin edilen değer)
 $N_b = 1967.78\text{kN} < N_d = 3000\text{kN}$ basınç kırılması oluşur. $x_{uc} = 542.08\text{mm} < h = 600\text{mm}$
Çözümlemeye ilişkin denklemlerden (15, 15e~15h) $\varepsilon_s = -0.00021889 < \varepsilon_{yd} = 0.0009565$,
 $\sigma_s = -43.78\text{MPa}$, $\varepsilon'_s = 0.0051758$, $\sigma'_s = 191.3\text{MPa}$, $N_u \approx N_d$ oluncaya dek işlemler tekrarlanır.

$A_s = A'_s = \omega f_{cd} / f_{yd} = \rho bh = 2482.4\text{mm}^2$, $\phi_{uhc} = 0.00991376\text{rad/m}$ bulunur.

5.1. Aynı örneğin, kuşatma etkisi dikkate alınmadan gerçekleştirilen çözümü [7]:

ii) $\rho = 0.014273$, ($\omega = 0.117$), $A_s = A'_s = 2141.01\text{mm}^2$, $\phi_u = 0.00598331\text{rad/m}$,
 $\phi_{uhc} / \phi_u = 1.657$ dir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Betonarme yapıların limit tasarımında kabul edilen hesap momentleri dağılımının gerçekleşebilmesi, plastik mafsalların sünekliliğiyle ilintilidir. Öte yandan, sismik etkiler altında kalan yapılar enerjiyi tüketecek ölçüde sünek olmalıdır. Konuya ilişkin araştırmalar, betonarme bir elemanın sünekliliğinin ve enerji tüketme kapasitesinin, betonun yanal donatıyla kuşatılmasıyla önemli ölçüde artabileceğini göstermiştir.

Bu bağlamda çalışmada geliştirilen algoritmalarla, yanal donatı ile kuşatılmış betonarme kısa kolonlar, donatı çeliğindeki pekleşme etkisi gözönüne alınarak, güvenilir ve duyarlı şekilde çözümlenebilir ve tasarlanabilir. Algoritmalarla makalede verilen ve betonun tasarım mukavemetine göre geliştirilen davranış modeline ilişkin gerilme dağılımı parametre değerlerinin kullanılması salık verilir. Algoritmaların akışı, bu bağlamda geliştirilecek bilgisayar programlarıyla hızlandırılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Majid, K.I., Saka, M.P., and Çelik, T., 1978. The theorems of structural variation generalized for rigidly jointed frames. Proceedings of the Institution of Civil Engineers (ICE), V.65, Part 2, December, 839-856.
- [2] Gündüz, A., 1991. Yüksek ve normal mukavemetli betonların davranışının yanal donatıyla yetkinleştirilmesi. TMMOB İnşaat Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi 2.Ulusal Beton Kongresi, Kongre Kitabı, İstanbul, 147-158.
- [3] Gündüz,A., 1990. Kuşatılmış betonlu dikdörtgen kiriş kesitleriyle ilgili bir tasarım algoritması. Teknik Dergi, TMMOB İnşaat Mühendisleri Odası, Cilt 1, Sayı 3, Ankara, 133-146.
- [4] CEB, 1978. CEB-FIP Model Code for Concrete Structures. Bulletin d'Information 124/125, V.II, 52, Paris.
- [5] CEB, 1990. CEB-FIP Model Code 1990. First Draft, Bulletin d'Information 195, 2-12, Lausanne.
- [6] Darvall, P.Le P; and Mendis, 1985. Elastic-plastic-softening analysis of plane frames, Proceedings ASCE, V.111, ST4, April, 871-888.
- [7] Ersoy, U., et.al. 1985. A study on the stress-strain relationship of confined concrete-influence of strain gradient and strain history, Research report, METU, January, 19 pp.
- [8] Gündüz,A., ve Noyan, S., 1988. Kuşatılmamış kesitli betonarme kirişlerin son limit eğriliği ve momenti üzerinde çelik pekleşmesi etkisi. Yıldız Üniversitesi Dergisi, Sayı 1, İstanbul, 35-42.
- [9] Gündüz, A., ve Noyan, S., 1993. Kuşatılmamış betonlu kısa kolonlar için geliştirilmiş tasarım algoritmaları. Yıldız Teknik Üniversitesi Dergisi, Sayı 4, İstanbul, 17-26.
- [10] Kurtuluş, T., 1999, Betonarme kolonların kuşatma ve pekleşme etkileri dikkate alınarak çözümlenmesi ve boyutlandırılması, Yüksek Lisans Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü.

YTÜD 2003/1

- [11] Leonhardt, F., 1977. Vorlesungen über Massivbau, Vierter Teil, Springer Verlag, Berlin, 194 pp.
- [12] Mac Gregor, J.G., 1997. Reinforced Concrete Mechanics and Design, Prentice-Hall International Inc., New Jersey.
- [13] Sheikh, S.A., 1982, "A Comparative Study of Confinement Models", Journal of the American Concrete Institute, 79 (3):296-305.

PDF Source : [Sigma](#)