Sigma 2002/4

ARAŞTIRMA MAKALESİ

BİR İLETİŞİM AĞININ ZEDELENEBİLİRLİK ÖLÇÜMLERİ VE TAM DİKENLİ ÇİZGELERİN SAĞLAMLIĞI

Pınar DÜNDAR, Aysun AYTAÇ, Samim DÜNDAR

Ege Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, Bornova- İZMİR

Geliş Tarihi: 19.12.2001

VULNERABILITY MEASURES OF A COMMUNICATION NETWORK AND TENACITY OF COMPLETE THORNY GRAPHS

SUMMARY

As a network begins losing nodes or links eventually there is a loss in its effectiveness. Thus, communication networks must be constructed to be as stable as possible ,not only with respect to the initial disruption, but also with respect to the possible reconstruction of the network. If a graph is considered as modelling a network, many graph parameters have been used to describe the stability of communication networks, including connectivity, integrity, toughness and binding number. Several of these deal with two fundamental questions about the resulting graph. How many vertices can still communicate? How difficult is it to reconnect the graph?
The **tenacity** of a graph G, T(G) is a new stability measure, In computer sciences a static interconnection network can be modeled as a graph. Then above questions can be answered from these graphs. The complete thorny graphs are a special classes of graphs which represent some static interconnection networks. In this work, we give the tenacity of complete thorny graphs of static interconnection networks.

ÖZET

Bir iletişim ağının hatlarından ya da merkezlerinden bazıları tahrip olduğunda, ağın etkinliğinde bir azalma meydana gelir. Bu nedenle iletişim ağları başlangıçta; sadece tahriplere karşı değil aynı zamanda mümkün olduğunca yeniden yapılanabilir biçimde oluşturulmalıdır. Bir çizge bir ağın modeli olarak düşünülürse, ağın kararlılığını tanımlamak için çizge kuramında pek çok parametre tanımlanmıştır. Birleştirme, bütünlük, bağlayıcılık ve sağlamlık sayıları bunlardan olup, tahrip olmuş bir ağda kalan ağ için iki temel soruyla karşılaşılır: “Hala iletişimini sürdüren kaç merkez vardır?”, “Ağı yeniden eski haline getirmek ne kadar zordur?” Bu sorulara cevap bulmak adı geçen parametrelerle olasıdır. Bir G çizgesinin Sağlamlığı T(G) yeni bir kararlılık ölçümüdür. Bilgisayar bilimlerinde durağan iletişim ağları çizge ile modellenebilir. O zaman yukarıdaki sorulara bu çizgelerden cevap verilebilir. Tam dikenli çizgeler durağan iletişim ağlarının özel bir sınıfıdır. Bu çalışmada dikenli çizgelerin ve bunlardan çizge işlemleri ile oluşturulmuş yeni bazı çizgelerin sağlamlık sayıları hesaplanmıştır.

1. GİRİŞ

Bir iletişim ağında bazı merkezlerin ya da hatların tahrip olması durumunda ağın etkinliğinin azalacağı açıktır. Zedelenebilirlik, bir ağın güvenilirliğinin en iyileme tekniği ile tanımlanmış matematiksel bir ölçüsü olup, ağda bir tahrip olduğunda ağın buna karşı direncinin bir ölçüsüdür,ağın kararlılığı olarak ta bilinir. Ağ tahrip olup iletişim kesildiğinde, hala birbirleriyle iletişimi sürdürebilen kaç alt ağ vardır? Bunlardan en

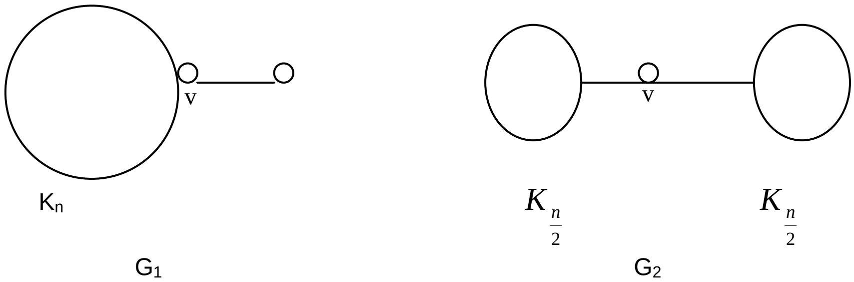
büyüğü kaç merkezlidir? Bu alt ağların sayısı nedir? Böyle bir olayda akla gelmesi gereken sorulardır.
Bir ağın merkezleri bir çizgenin düğümleri, merkezler arası hatlar çizgenin ayrıtları olarak alınırsa bir ağ bir çizge olarak ifade edilir. Eğer bir iletişim ağı tasarlanırken, bu sorulara cevap verebilen değerler ki bunlar çizge kuramında bir ağın kararlılık sayıları olarak adlandırılır, dikkate alınırsa en iyilenmiş ağı tasarlamak mümkün olur. Çizge kuramında bir iletişim ağının kararlılığını tanımlamak için pek çok parametre kullanılmaktadır. Bir çizgenin her düğüm çifti arasında en az bir yol varsa bu çizge birleştirilmiş çizge adını alır. Böyle bir çizgenin birleştirilmişliğini bozmak için ondan çıkarılması gereken en az düğüm sayısına çizgenin *birleştirme sayısı* [22], çıkarılması gereken en az ayrıt sayısına *ayrıt birleştirme sayısı* denir.
Ayrıca birleştirilmişliği bozulmuş bir çizgede çıkarılan düğüm sayısı ile kalan en büyük bileşenin düğüm sayısı toplamının en küçüklenmesi olan *bütünlük*; I(G)= $\min_{S\subseteq V(G)}\{|S|+m(G-S)\}$ biçiminde tanımlanır. Burada V(G), G çizgesinin düğümlerinin kümesi; $S\subseteq V(G)$ ve m(G-S), G çizgesinden $S\subseteq V(G)$ kümesi çıkarıldığında kalan parçalardan en büyüğünün düğüm sayısını göstermektedir. Bu kavram Barefoot, Entringer ve Swart [1, 3, 5] tarafından geliştirilmiştir. Benzer biçimde bir G çizgesinin *ayrıt-bütünlüğü;* I'(G)= $\min_{S\subseteq E(G)}\{|S|+m(G-S)\}$ olarak tanımlanmış ve çalışılmıştır [2, 4, 6, 7]. Burada E(G) ,G çizgesinin ayrıtlarının kümesi; m(G-S), G çizgesinden $S\subseteq E(G)$ kümesi çıkarıldığında kalan parçalardan en büyüğünün düğüm sayısını göstermektedir. n düğümlü birleştirilmiş bir çizgede tahrip olmuş düğümler ile onlara bitişik düğümlerin sayısı ve bu düğümler çıkarıldığında oluşan en büyük boyutlu bileşenin düğüm sayısı toplamının en küçüklenmesi

NI(G)= $\min_{S\subseteq V(G)}\{|S|+c(G\setminus S)\}$, *komşu-bütünlük* olarak tanımlanmıştır [8,12,13,14,15].
Burada S düğümler kümesinin bir alt kümesi, c(G\S) ise S kümesi ve ona bitişik tüm düğümler çizgeden çıkarıldıktan sonra kalan çizgenin en büyük bileşeninin düğüm sayısıdır. Ayrıca *ayrıt komşu- bütünlük* [11] de çalışılmaktadır. Bir çizge için, yeni çalışılan bir tanım ***sağlamlık*** olup, bir G çizgesinin sağlamlığı Cozzens [9, 10] tarafından T(G)= $\min_{S}\left\{\frac{|S|+c(G-S)}{w(G-S)}\right\}$ olarak tanımlanır, S; çizgenin düğümler kümesi V(G) nin bir kesim kümesi, |S|; S nin düğüm sayısı, c(G-S); bu S kümesi çıktıktan sonra çizgede kalan alt çizgelerden düğüm sayısı en büyük olanının düğüm sayısı ve *w*(G-S); S kümesi çıktıktan sonra kalan parçaların sayısıdır.
Bir G çizgesi için, V(G) düğümler kümesini göstermek üzere, V(G)'nin, G nin her ayrıtının en az bir düğümünü eleman olarak bulunduran bir S alt kümesine, G nin *örtü kümesi* denir. G nin tüm örtü kümeleri içinde eleman sayısı en az olanın boyutuna G çizgesinin *örtü sayısı* adı verilir ve α(G) ile gösterilir. Bir G çizgesi için, V(G) düğümler kümesini göstermek üzere, V(G)'nin bitişik olmayan düğümlerden oluşan bir S alt kümesine, G nin bir *bağımsız kümesi* denir. G nin tüm bağımsız kümeleri içinde eleman sayısı en çok olanın boyutuna G çizgesinin *bağımsızlık sayısı* adı verilir ve β(G) ile gösterilir .Bir çizgenin tüm düğümlerini içeren bir alt çizgesine onun dallanmış bir alt çizgesi denir. Bir n düğümlü birleştirilmiş bir G çizgesinde β(G)+ α(G)=n dir.

Bir S kümesi G nin sağlamlığını veren küme ise ona G nin T-kümesi adı verilir. Sağlamlık üzerine yapılan çalışmalarda ;

1) Eğer H ,bir G çizgesinin bir dallanmış alt çizgesi ise ,$T(H)\leq T(G)$ dir.
2) Herhangi bir G çizgesi için,$T(G)\geq(k(G)+1)/\beta(G)$ dir,burada k(G) G nin birleştirme sayısı ve $\beta(G)$ G nin bağımsızlık sayısıdır.
3) Eğer G n düğümli ve bir tam çizge değilse, $T(G)\leq(n-\beta(G)+1)/\beta(G)$ dir.
4) Bir G çizgesi için$T(G)\geq t(G)+1/\beta(G)$ dır,burada t(G) G nin sıkılığıdır.

Birleştirme sayısı k=1 olan iki çizge düşünelim. Bu çizgelerden birer uygun düğüm çıkarıldığında çizgenin alt çizgelerine ayrıldığı bilinmektedir. Şekil 1.de böyle iki çizge alalım. Bu çizgeler için:



Şekil 1. Birleştirme sayısı k=1 olan iki çizge

Her iki çizgeden de v düğümü çıkarıldığında çizgeler iki parçaya ayrılırlar. Bu parçaların en büyüğünün düğüm sayısı G_1 çizgesi için $w(G_1-v)=2$,$c(G_1-v)=K_{n-1}$ dür ve , $T(G_1)=\frac{n}{2}$ dir,

G_2 çizgesi için $w(G_2-v)=2$, $c(G_2-v)=\frac{n}{2}$ ve, $T(G_2)=\frac{1+\frac{n}{2}}{2}$. Sonuç olarak, $n\geq4$ için, $T(G_1)>T(G_2)$ dir. Benzer çizgeler n tek tamsayıları için de oluşturulabilir. O halde n+1 düğümlü bir iletişim ağı tasarlıyorsak sağlamlık parametresine göre, G_1 çizgesini tercih etmeliyiz.

Genel olarak bir çizge verildiğinde onun sağlamlığını hesaplamak polinomsal olmayan-tam problem olmakla beraber çizgelerin bazı sınıfları için sağlamlık sayıları hesaplanabilmektedir [16,17,18].

G, n tane düğüme sahip bir çizge olsun. G nin *dikenli çizgesi* G*, G nin her bir düğümüne $b_i\geq0$ tamsayısı kadar düğümün birleştirilmesiyle tanımlanır [19,20]. Diken çizgeler paleogramlar, C-H çizgeler [23] ve tırtıllar [21] adıyla da kullanılmaktadırlar.

Bu çalışmada G çizgesinin her düğümüne $p_i>0$ tam sayıları kadar düğüm eklenerek elde olunan G* ***tam dikenli*** çizgeler tanımlanmış ve temel çizge sınıflarının diken çizgelerinin sağlamlıkları incelenmiştir.

2. TEMEL ÇİZGELER VE SAĞLAMLIK SAYILARI

2.1. Temel Çizgeler ve Gösterimleri

Bu bölümde temel çizge tipleri tanımlanmış ve sembolik gösterimleri verilmiştir.

1)*Yol çizge* : Bir çizgede n tane düğüm $v_1, v_2, \ldots, v_n$ biçiminde bir yolla iletişim halinde ise, buna n düğümü bir yol çizge denir ve $\mathbf{P_n}$ ile gösterilir.
2)*Halka çizge*: Bir yol çizgenin uç düğümleri çakışık ise buna halka çizge denir ve n düğümlü halka çizge $\mathbf{C_n}$ ile gösterilir.
3)*Tam çizge*: Bir çizgenin n tane düğümünün her biri diğer tüm düğümlere birer ayrıtla bitişik ise çizgeye tam çizge denir ve $\mathbf{K_n}$ ile gösterilir.
4)*Yıldız çizge:* Bir çizge içinde,bir düğüm diğer tüm düğümlere tam birer ayrıtla bitişik ise yıldız çizge adı verilir ve n+1 düğümlü yıldız çizge $\mathbf{K_{1,n}}$ ile gösterilir.
5)*İki kümeli tam çizge*: Bir çizgenin düğümler kümesi birbirine bitişik olmayan düğümlerden oluşan iki alt kümeye ayrılmış ve bir alt küme içindeki her düğüm diğer alt kümedeki tüm düğümler birer ayrıtla bitişikse, çizgeye iki kümeli tam çizge denir ve m+n düğümlü böyle bir bir çizge $K_{m,n}$ ile gösterilir .
6)*Hiperküb çizge*: d-boyuttan hiperküb çizge, 2^d tane düğümden sadece ikilik sistemdeki karşılıkları birer yuvar farklı olan düğümlerin birer ayrıtla birleştirilmesiyle tanımlanır ve $\mathbf{Q_d}$ ile gösterilir.
7)*Örgü çizge*: İki boyutlu örgü çizge yol çizgenin iki boyuta genişlemesidir. Bu çizgede tüm iç düğümler dört düğüme, kenar düğümler üç düğüme ve köşe düğümler bir düğüme birer ayrıtla bitişiktir. Çizge kuramında örgü çizge $\mathbf{P_m x P_n}$ ile tanımlanır burada x iki çizgenin çarpımı işlemidir .
8)*Ağaç çizge*: Bir çizgenin her düğüm çifti arasında sadece bir yol varsa bu çizgeye ağaç çizge denir. Her düğümünün tam iki tane çocuğu olan çizgelere ikili ağaç çizge denir ve h yükseklikli ikili ağaç $\mathbf{T_h}$ ile gösterilir.

2.2. Temel Çizgelerin Sağlamlık Sayıları

Burada, Bölüm 2.1. verilen temel çizgelerin sağlamlık sayıları verilmiştir [17]. Gösterimde x den büyük ilk tam sayı $\lceil x \rceil$ ile, x den küçük ilk tam sayı $\lfloor x \rfloor$ ile ve x in mutlak değeri |x| ile gösterilmiştir.

1)$T(K_n)=n.$ 2)$T(K_{1n})=2/n.$ 3) $T(P_n)=\begin{cases} 1+\dfrac{2}{n}, & \text{eger } n \text{ çiftse} \\ 1, & \text{eger n tekse} \end{cases}$,

4)$T(C_n)=\begin{cases} \dfrac{\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 1}{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor}, & eger \;\; n \, tekse \\ 1+\dfrac{2}{\mathrm{n}}, & eger \;\; n \;\; çiftse \end{cases}$ 5) q≤n için, $T(K_{q,n})=\dfrac{q+1}{n}$,

6)$T(Q_d)=1+1/2^{d-1}$, 7) $T(P_2 \times P_n)=1+1/n$, $T(P_3 \times P_n)=\begin{cases} 1, & \text{eger } n \; tekse \\ 1+\dfrac{1}{\frac{3n}{2}}, & \text{eger n çiftse} \end{cases}$

8) $T(T_h)=\begin{cases} \dfrac{2+4^{k+1}}{2(4^k-1)}, & eger\ \ h\ \ tekse\ \ ve\, k=\left\lfloor \dfrac{h}{2} \right\rfloor \\ \dfrac{4^{k+1}+2}{2(4^{k+1}-1)}, & eger\ \ h\ \ çiftse\ \ ve\, k=\dfrac{h}{2} \end{cases}$

3. TAM DİKENLİ ÇİZGELERİN SAĞLAMLIK SAYILARI

Bu bölümde, verilen bir birleştirilmiş G çizgesinin her düğümüne b_i = c sabit pozitif tamsayısı kadar düğüm birleştirildiği tam dikenli çizgeler düşünülmüştür. Bu koşul altında, temel çizgelerin tam dikenli çizgelerinin sağlamlık sayıları incelenmiş, elde edilenler iki teorem ve sonuçları olarak verilmiştir.
Tanım 3.1: Bir G çizgesi için, V(G) düğümler kümesini göstermek üzere, V(G)'nin, G nin her ayrıtının en az bir düğümünü eleman olarak bulunduran bir S alt kümesine, G nin örtü kümesi denir. G nin tüm örtü kümeleri içinde eleman sayısı en az olanın boyutuna G çizgesinin örtü sayısı adı verilir ve α(G) ile gösterilir .
Tanım 3.2: Bir G çizgesi için, V(G) düğümler kümesini göstermek üzere, V(G)'nin bitişik olmayan düğümlerden oluşan bir S alt kümesine , G nin bir bağımsız kümesi denir. G nin tüm bağımsız kümeleri içinde eleman sayısı en çok olanın boyutuna G çizgesinin bağımsızlık sayısı adı verilir ve β(G) ile gösterilir .
Bir n düğümli birleştirilmiş bir G çizgesinde β(G)+α(G)=n dir.

Teorem 3.1: G*, birleştirilmiş n düğümlü bir G çizgesinin tam dikenli çizgesi ve i=1,2,…,n için b_i =1 olsun. O zaman T(G*)= $\dfrac{\alpha(G)+2}{n}$ dir, burada $\alpha(G)$, G çizgesinin örtü sayısıdır.
İspat: İspat için üç durum göz önüne alınır:
*1.Durum:*G çizgesinin minimum örtü kümesindeki tüm düğümler G^* çizgesi için S kümesi olarak alınır ve bu çizgeden çıkarılırsa, kalan çizgenin en büyük bileşeninin düğüm sayısı c(G^* -S)=2, bileşen sayısı *w*(G^*)=n olur. Bu durumda T(G*)= $\dfrac{\alpha(G)+2}{n}$ dir.
2.Durum :S_1 kümesi G nin minimum örtü kümesindeki düğümlerden başka bir düğüm daha içersin. Bu durumda $|S_1|>|S|$, c(G^* -S)=2 ve bileşen sayısı *w*(G^*) $\leq$ n olup T(G*) $\geq$ $\dfrac{\alpha(G)+3}{n}$ dir.
3.Durum:S_2 kümesi G nin minimum örtü kümesindeki düğümlerden birini içermesin. Bu durumda $|S_2|<|S|$, c(G^* -S) ≥ 6 ve bileşen sayısı *w*(G^*) $\leq$ n-2 olup T(G*) $\geq$ $\dfrac{\alpha(G)+4}{n-2}$ olur. Sonuç olarak sağlamlık sayısının en iyilenmiş değeri T(G*)= $\dfrac{\alpha(G)+2}{n}$ dir.

Teorem 3.1 e göre, b=1 için aşağıdaki sonuçlar yazılır.

Sonuç 3.1.1: P_n , n düğümlü bir yol çizge olsun.O zaman,

$$T(P_n^*)=\begin{cases}\dfrac{\left\lfloor \frac{n}{2}\right\rfloor+2}{n}, & n \ tekse\\[2ex] \dfrac{\frac{n}{2}+2}{n}, & n \ çiftse\end{cases}.$$

Sonuç 3.1.2: C_n n düğümlü bir çevre olsun. O zaman, $T(C_n^*)=\begin{cases}\dfrac{\left\lceil \frac{n}{2}\right\rceil+2}{n}, & n \ tekse\\[2ex] \dfrac{\frac{n}{2}+2}{n}, & n \ çiftse\end{cases}.$

Sonuç 3.1.3: K_n , n düğümlü bir tam çizge olsun. O zaman, $T(K_n^*)=\dfrac{n+1}{2}$.

Sonuç 3.1.4: $K_{1,n}$, n+1 düğümlü bir star olsun. O zaman, $T(K_{1,n}^*)=\dfrac{3}{n+1}$.

Sonuç 3.1.5: $K_{q,n}$, q≤n olmak koşulu ile iki kümeli bir tam çizge olsun. O zaman, $T(K_{q,n}^*)=\dfrac{q+2}{q+n}$.

Sonuç 3.1.6: Q_d, d-boyuttan hiperküb olsun. O zaman, $T(Q_d^*)=\dfrac{2^{d-1}+2}{2^d}$.

Sonuç 3.1.7: $T((P_2 \times P_n)^*)=\dfrac{n+2}{2n}$, $T((P_3 \times P_n)^*)=\dfrac{\left\lfloor \frac{3n}{2}\right\rfloor+2}{3n}$,

$T((P_4 \times P_n)^*)=\dfrac{2n+2}{4n}$,…, $T((P_q \times P_n)^*)=\dfrac{\left\lfloor \frac{qn}{2}\right\rfloor+2}{qn}$

Sonuç 3.1.8: T_h , h yükseklikte tam ikili ağaç olsun. O zaman,

$$T(T_h^*)=\begin{cases} \dfrac{4^{n+1}+8}{12(2^{n+1}-1)}, & n \text{ çift } ve\ n=\dfrac{h}{2}\ ise \\ \dfrac{4^{n+1}+5}{3(2^{n+1}-1)}, & n \text{ tek } ve\ n=\left\lfloor \dfrac{h}{2} \right\rfloor\ ise \end{cases}.$$

Teorem 3.2: G*, birleştirilmiş n düğümlü bir G çizgesinin tam dikenlenmiş çizgesi ve b_i =k sabit olsun i=1,2,…,n. O zaman T(G*)= $\dfrac{\alpha(G^*)+1}{kn}$ dir, burada $\alpha(G^*)$, G^* çizgesinin örtü sayısıdır.

İspat: İspat için üç durum söz konusudur.

1. Durum: Eğer S kümesi olarak G^* çizgesinin minimum örtü kümesindeki tüm düğümler alınırsa, o zaman kalan çizgenin en büyük bileşeninin düğüm sayısı $c(G^*-S)=1$, bileşen sayısı $w(G^*)$=kn olur. Bu durumda T(G*)= $\dfrac{\alpha(G^*)+1}{kn}$ dir.

2. Durum: S_1 kümesi G^* nin minimum örtü kümesindeki düğümlerden başka bir düğüm daha içersin. Bu durumda $|S_1|>|S|$, $c(G^*-S)=1$ ve bileşen sayısı $w(G^*)\leq kn-1$ olup, T(G*) $\geq \dfrac{\alpha(G^*)+2}{kn-1}$ dir.

3. Durum: S_2 kümesi G^* nin minimum örtü kümesindeki düğümlerden birini içermesin. Bu durumda $|S_2|<|S|$, $c(G^*-S)\geq 3$ ve bileşen sayısı $w(G^*)\leq kn-k$ olup T(G*) $\geq \dfrac{\alpha(G^*)+2}{kn-k}$ olur.

Sonuç olarak sağlamlık sayısının en iyilenmiş değeri T(G*)= $\dfrac{\alpha(G^*)+1}{kn}$ dir.

Teorem 3.2 e göre, b =2 için aşağıdaki sonuçlar yazılır.

Sonuç 3.2.1: P_n , n düğümlü bir yol çizge olsun. O zaman, $T(P_n^*)$ = $\dfrac{\alpha(P_n^*)+1}{2n}$.

Sonuç 3.2.2: C_n, n düğümlü bir çevre olsun. O zaman, $T(C_n^*)$ = $\dfrac{\alpha(C_n^*)+1}{2n}$.

Sonuç 3.2.3: K_n , n düğümlü bir tam çizge olsun. O zaman, T(K_n*) = $\frac{\alpha(K_n^*)+1}{2\alpha(K_n^*)} = \frac{n+1}{2n}$.

Sonuç 3.2.4: $K_{1,n}$, n+1 düğümlü bir star ve n ≥ 5 olsun. O zaman,

T($K_{1,n}$ *) = $\frac{\alpha(K_{1,n}^*)+1}{2n}$.

Sonuç 3.2.5: $K_{q,n}$, q≤n olmak koşulu ile iki kümeli bir tam çizge olsun. O zaman, T($K_{q,n}$*) ≤ $\frac{q+3}{2q+n}$.

Sonuç 3.2.6: Q_d d-boyuttan hiperküb olsun.O zaman, T(Q_d^*)= $\frac{2^d+1}{2^{d+1}}$.

Sonuç 3.2.7: T((P_2 x P_n)*)= $\frac{n+3}{3n}$ (n>4 için),

T((P_3 x P_n)*)= $\frac{\left\lfloor \frac{3n}{2} \right\rfloor + 3}{2\left\lfloor \frac{3n}{2} \right\rfloor + (3n - \left\lfloor \frac{3n}{2} \right\rfloor)} = \frac{\left\lfloor \frac{3n}{2} \right\rfloor + 3}{\left\lfloor \frac{3n}{2} \right\rfloor + 3n}$ (n>3 için),

T((P_4 x P_n)*)= $\frac{\left\lfloor \frac{4n}{2} \right\rfloor + 3}{2\left\lfloor \frac{3n}{2} \right\rfloor + (3n - \left\lfloor \frac{3n}{2} \right\rfloor)} = \frac{\left\lfloor \frac{3n}{2} \right\rfloor + 3}{\left\lfloor \frac{3n}{2} \right\rfloor + 3n}$ (n>2 için),

.

.

.

.

.

$$T((P_q \times P_n)^*) = \frac{\left\lfloor \frac{qn}{2} \right\rfloor + 3}{2\left\lfloor \frac{qn}{2} \right\rfloor + (qn - \left\lfloor \frac{qn}{2} \right\rfloor)} = \frac{\left\lfloor \frac{qn}{2} \right\rfloor + 3}{\left\lfloor \frac{qn}{2} \right\rfloor + qn}$$

Sonuç 3.2.8: T_h ,h yükseklikte tam ikili ağaç olsun. O zaman,

$$T(T_h^*) = \begin{cases} \text{h çift ise}, & \dfrac{3 + \sum_{j=1}^{\frac{h}{2}} 2^{2j-1}}{2\sum_{j=1}^{\frac{h}{2}} 2^{2j} - 3} \\ \text{h tek ise}, & \dfrac{3 + \sum_{j=0}^{\left\lfloor \frac{h}{2} \right\rfloor} 2^{2j}}{2\sum_{j=0}^{\left\lfloor \frac{h}{2} \right\rfloor} 2^{2j+1}} \end{cases} \quad \text{dır.}$$

4. SONUÇ

Dikenli çizgeler özellikle bilgisayar ağlarının tasarımında kullanılan özel bir çizge sınıfıdır. n düğümlü bir ağın tasarımı yapılırken bu tip çizgelerin de model olarak düşünülmesi ancak bunlarını kararlılık sayıları göz önüne alınarak yapılabilir. Bu çalışmada her bir düğümüne bir ya da iki yeni düğüm eklenerek oluşturulmuş tam dikenli çizgelerin sağlamlık sayıları hesaplanmış ve b_i =k sabit alınarak genel bir teorem kanıtlanmıştır.

KAYNAKLAR

[1] Bagga, K.S., Beineke, L.W. ,Goddard, W.D. ,Lipman, M.J. and Pippert ,R.E (1992).: A Survey of Integrity, Discrete Applied Math. 37/38,pp. 13-28.

[2] Bagga, K.S., Beineke, L.W., Pippert, R.E. and Sedlmeyer, R.L. (1993): Some Bounds and An Algorithm For The Edge-integrity of Trees,Ars Combinatoria.35-A,pp. 225- 238.

[3] Bagga, K.S., Beineke, L.W. and Pippert, R.E. (1993): On The Honesty of Graph Complements, Discrete Math. 122,pp.1-6 .

[4] Bagga, K.S., Beineke, L.W. and Pippert, R.E. (1994): Edge Integrity: A Survey, Discrete Math.,124,pp.3-12.

[5] Barefoot, C.A., Entringer, R. and Swart, H (1987).: Vulnerability in Graphs-A Comparative Survey. J.Comb.Math.Comb.Comput. 1,pp.13-22 .

[6] Barefoot, C.A., Entringer, R. and Swart, H (1987):Integrity of Trees and Powers of Cycles, Congressus Numeratum 58,pp.103-114 .

[7] Chvatal, V. (1973):Tough Graphs and Hamiltonian Circuits, Discrete Math.5,pp. 215- 218 .

[8] Cozzens, M. (1994):Stability Measures and Data Fusion Networks,Graph Theory Notes of New York XXVI,pp.8-14.

[9] Cozzens, M. , Moazzami, D. and Stueckle, S. (1995):The Tenacity of A Graph,Graph Theory, Combinatorisc, Algorithms and Applications.Vol 2.Proceedings of the seventh quadrennial international conference on the theory and applications of graphs, Kalamazoo,MI,USA,June15,1992.NewYork, NY.Wiley,pp.1111-1122.

[10] Cozzens, M. , Moazzami, D. and Stueckle, S. (1994):The Tenacity of Harary Graphs, J.Comb. Math.Comb.Comput.16,pp.33-56.

[11] Cozzens, M. and Wu, S. (1997): Bounds of Edge-neighbor-integrity of Graphs, Australian J. of Combinatorics .15, pp.71-80.

[12] Dündar, P.,(2001): Stability Measures of Some Static Interconnection Networks, *Int.J. Comput. Math.,* Vol.76No.4,pp.455-462.

[13] Dündar, P. , (2001): Accessibility Number and The Neighbour-integrity of Generalised Petersen Graphs, *Neural Networks World*, Vol.2,pp.167-174.

[14] Dündar, P.,(1999): Neighbour-integrity of Boolean Graphs and Its Compounds, Int. *J. of Comput. Math.*,Vol.72,pp.441-447.

[15] Dündar, P.- Ozan, A. *, (*2000): Neighbour-integrity of Sequential Joined Graphs ,*Int. J. of Comput.. Math.*,Vol.74,pp.45-52.

[16] Dündar, P. *,(*1999): New Notions In Network Reliability: Stability Numbers of Sequential Joined Graphs, *Neural Networks World*,Vol.5,pp.403-411.

[17] Dündar,P. ,(1998): The Stability Measures of Static Interconnection Networks and Binary Trees, *Proceeding of the Third International Symposium on Computer Networks*, Turkey, pp. 240-245.

[18] Goddard, W.D. and Swart, H.C.(1990): On The Toughness of A Graph, Quaestiones Math.13 , pp.217-232,1990.

[19] Gutman, I..(1998): Distance of Thorny Graphs, Publ. Institut Math.Nouvelle serie, Vol.63 (77), pp.31 –36.

[20] Harary, F. and Schwenk, A.J.(1973): The Number of Caterpillars, Discrete Math.6, pp.359-365.

[21] Harary, F. and. Buckley, F. (1990): Distance in Graphs, California ,Addison – Wesley pub.

[22] Lesniak, L. and Chartrand, G. (1986): Graphs and Digraphs, California, Wadsworth & Brooks.

[23] Polya G. (1947) : Kombinatoricsche Anzahlbestimmungen für Gruppen, Graphen und Chemishe Verbindungen, Acta Math.68, pp.145-153

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ DERGİSİ
BAŞKANLIĞI'na

Derginiz yazılım kurallarına uygun olarak hazırladığımız **BİR İLETİŞİM AĞININ ZEDELENEBİLİRLİK ÖLÇÜMLERİ VE TAM DİKENLİ ÇİZGELERİN SAĞLAMLIĞI**
başlıklı makalemiz danışmanların isteği doğrultusunda düzenlenerek derginizde yayınlanmak üzere yeniden Word 7.0 ortamında diskette ve basılı olarak gönderilmektedir. Gereğini arz ederim.

Saygılarımla.

Makale No:211 Doç.Dr.Pınar DÜNDAR

Ege Üniversitesi Fen Fakültesi
Matematik Bölümü Bilgisayar Bilimleri
Ana Bilim Dalı,35100 Bornova-İZMİR.
Fax:02323881036 Tel:02323884000-1753
e-mail:dundar@sci.ege.edu.tr