

DERLEME YAZISI

**GPS NİVELMANI YARDIMIYLA ORTOMETRİK YÜKSEKLİKLERİN ELDE EDİLMESİNE YÖNELİK JEOİT BELİRLEME YÖNTEMLERİ**

**Aydın ÜSTÜN**

*Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yıldız, İstanbul*

**Geliş Tarihi: 02.11.2000**

**The METHODS of GEOID DETERMINATION in RELATION to OBTAINING ORTHOMETRIC HEIGHTS by GPS LEVELLING**

**SUMMARY**

Used as an effective survey tool, GPS has also contributed to some geodetic problems' solutions. Determination of geoid is one of them. Geoid is a function of the mass density distribution. The distribution of density effects most quantity observed on the earth's physical surface (includes also the satellites observed in the gravity field of the earth). These quantities are fundamental data used in geoid determination. Kind, quality and density of the data is related to the accuracy of geoid directly.

Furthermore, it has been obtained the good results regarding the accuracy of GPS-orthometric heights recently. The accuracy of the computed orthometric heights describes the availability of the method. This is limited by measured GPS ellipsoidal heights and the used geoid models. The solution is to determine a precise (centimetric) geoid. The purpose of this study is to give the methods of geoid determination, to analyse the data used and its contribution to results and to compare the accuracies determined by different techniques.

**ÖZET**

GPS, etkin bir ölçme aracı olarak kullanılmasının yanında, bazı jeodezik problemlerin çözümüne de katkı sağlamaktadır. Jeoidin belirlenmesi bu problemlerden biridir.

Jeoit yeryuvarının kitle yoğunluğu dağılımının bir fonksiyonudur. Yoğunluk dağılımı, fiziksel yeryüzünde gözlenen (yeryuvarının ağırlık alanı içinde gözlenen uydular da dahil) çoğu büyüklüğü etkiler. Bu büyüklükler jeoidin belirlenmesinde kullanılan temel verilerdir. Verilerin türü, kalitesi ve sayısı, jeoidin doğruluğu ile doğrudan ilgilidir.

Bununla birlikte, son zamanlarda GPS-ortometrik yüksekliklerinin doğruluğuna ilişkin iyi sonuçlar alınmaktadır. Yöntemin kullanılabilirliğini, elde edilen GPS-ortometrik yüksekliklerinin doğruluğu belirler. Bu, elipsoidal yükseklik farklarının ve jeoit modelinin doğruluğuna bağlıdır. Hatalar, büyük ölçüde kullanılan jeoit modelinden gelir. Çözüm duyarlı (santimetrik) jeoidin belirlenmesinde yatar. Bu çalışmanın amacı GPS nivelmanı yardımıyla ortometrik yüksekliklerin elde edilmesine yönelik jeoit belirleme yöntemlerini tanıtmak, kullanılan verileri ve sonuca katkısını incelemek, farklı yöntemlerle belirlenmiş güncel jeoit modellerinin doğruluklarını karşılaştırmaktır.

## 1. GİRİŞ

İlk kuruluş çalışmaları 1973'te başlatılan NAVSTAR/GPS (Navigation System with Time and Ranging/Global Positioning System), başta jeodezi olmak üzere; jeofizik, astronomik, oşinografik kısaca yer bilimlerine yönelik bilimsel araştırma ve çalışmalarda etkin bir ölçme aracı olmuştur. GPS, başlangıcı yeryuvarının ağırlık merkeziyle çakıştığı varsayılan üç boyutlu bir kartezyen koordinat sisteminde, bir alıcının X, Y, Z koordinatlarını verir. WGS84 (yersel) koordinat sistemindeki bu dik koordinatlar, aynı sistemde tanımlanmış bir elipsoide ilişkin jeodezik koordinatlara ( $\phi, \lambda, h$ ) dönüştürülebilir.

Her ne kadar GPS'den elde edilen sonuçlar üç boyutlu olsa da, konum belirlemede yatay ve düşey bileşenlerden söz edilir. Bir yeryüzü noktası, noktanın iz düşürüldüğü yüzey üzerindeki konumu ve aynı ya da başka bir yüzeyden uzaklığı (yükseklik) ile tanımlanır. Fiziksel bir yüzey olan ve jeoide (eşpotansiyel yüzey) oldukça yaklaşan durgun deniz yüzeyi, yükseklikler için pratiğe elverişli bir referans yüzeyin tanımlanmasına kolaylık sağlar. Bu tanıma uyan ortometrik yükseklikler uygulamada en çok kullanılan yüksekliklerdir. GPS yükseklikleri ise referans yüzey olarak dönel elipsoide aittir. Mühendislik hizmetleri (altyapı, kanalizasyon, sulama, yol projeleri) için uygun değildir; yerel yükseklik sistemlerine (ortometrik, normal, normal-ortometrik vb.) dönüştürülmeleri gerekir. Bu dönüşüm iki yüzey arasındaki yükseklik farkına karşılık gelen jeoit (ya da quasijeoit) yüksekliği kullanılarak yapılır.

h elipsoidal yükseklik, N jeoit yüksekliği olmak üzere; ortometrik yükseklik H,

$$H = h - N \quad (1)$$

eşitliğiyle belirlenebilir. h elipsoidal yüksekliklerinin GPS ölçmelerinden elde edilebilmesi, *GPS nivelmanı* kavramını gündeme getirmiştir.

Geometrik nivelman tekniğiyle yükseklik farklarının ölçülmesi 100 yıldan daha uzun bir geçmişe dayanır. Yöntem kullanılan alet ve ölçme tekniğine bağlı olarak  $\pm 1-10$  mm/km arasında bir doğruluk verirken, hassas nivelmanda bu değer  $\pm 0.4-1.2$  mm/km'ye yaklaşır (Torge, 1991). Nivelman geçkileri boyunca ölçülen geometrik yükseklik farkları gravite ölçüleriyle birleştirilirse, ortometrik yükseklik ya da diğer yerel yükseklik sistemlerine geçiş yapılabilir. Ülke yükseklik sistemlerinin oluşturulmasında günümüze kadar bu yol izlenmiş ve genellikle 20-30 yıllık aralıklarla ölçüler ve hesaplamaların yenilenmesi öngörülmüştür.

Diğer taraftan GPS, ölçme kolaylığı, yüksek doğruluk ve geometrik nivelmana göre daha ekonomik olması gibi avantajlara sahiptir. Söz konusu etkenler GPS'nin yukarıda sözü edilen geleneksel yöntemde dahil edilmesinde etkili olmuştur. Bu açıdan düşey kontrol ağlarının güncellenmesi, Avrupa örneğinde (Ihde vd., 1996) olduğu gibi ulusal yükseklik sistemlerinin birleştirilmesi, kıtasal ölçekte tek bir yükseklik sisteminin oluşturulmasına yönelik çalışmalarda GPS'nin önemi göz ardı edilemez.

GPS elipsoidal yüksekliklerinin başka referans sistemlerine dönüştürülmesi üzerinde sıkça durulan ve geniş bir uygulama gören çalışmaların başında gelmektedir. Bunun en önemli adımını doğruluğu yüksek bir jeoidin belirlenmesi oluşturur.

Kullanılan veri türleri ve kalitesi, çalışma (hesap) bölgesinin genişliği ve yapısı, teknolojik olanaklar gibi etkenler, belirlenecek jeoit ile doğrudan ilgilidir. Geçmişte astrojeodezik, gravimetrik ve bunların kombinasyonuyla bölgesel uygulamalar gerçekleştirilmiştir.

Çizelge 1 GPS bağıl konum belirlemedeki gelişmeler ve bu gelişmeleri sınırlayan hata kaynakları (Bock, 1998)

Yıl	b (ppm)	Gelişmeler	Temel hata kaynakları
~1983	1	Jeodezik alıcılar (taşıyıcı faz ölçmeleri)	Atmosferik refraksiyon, yörünge doğruluğu
~1986	0.1	Çift frekanslı taşıyıcı faz ölçmeleri	Troposferik refraksiyon, yörünge doğruluğu
~1989	0.01	Global izleme istasyonları (CIGNET)	Troposferik refraksiyon, yörünge doğruluğu
~1992	0.005	Geniş kapsamlı global izleme (IGS)	Troposfer, yörünge, anten faz merkezi hataları
1997	0.001	İyileştirilmiş yörünge, troposfer, anten modelleme	Global referans sistemi, nokta hataları, atmosferik gradyentler
$s_{yatay}^2 \text{ (mm}^2\text{)} = [0.1 - 1.0 \text{ mm}]^2 + [2b S_{ij} \text{ (km)}]^2$ <p><math>S_{ij}</math>: i ve j noktaları arasındaki uzaklık</p>			

Günümüzde konum bilgileri ve yeryuvarının ağırlık alanına ilişkin büyüklükler gelişmiş jeodezik teknikler (uydular, taşınabilir zenit ve CCD kameralar vb.) yardımıyla hızlı bir şekilde toplanabilmektedir. Bu sayede veri sayısının artması ve doğruluğun yükselmesi jeoit probleminin çözümüne hız kazandırmıştır. Heterojen verilerin kullanıldığı astrojeodezik ve gravimetrik jeoit modelleriyle bu doğruluğa giderek yaklaşılmaktadır (Hipkin, 1994; Denker ve Torje, 1998; Marti, 1999; Martinec, 1998; Sideris, 1994).

Ancak GPS elipsoidal yüksekliklerinin yerel yükseklik sistemlerine dönüştürülmesinde bazı sorunlar karşımıza çıkmaktadır. İstenen doğruluğa henüz ulaşılmış değildir (beklenen doğruluk:  $\pm 1-10$  mm). Buna, (1)'e bağlı olarak GPS'den elde edilen yükseklik bilgilerinden ve jeoit modelinden kaynaklanan hatalar neden olur. Günümüzde, gelişen teknik ve çözüm yöntemleri sayesinde GPS'den kaynaklanan hatalar en aza indirgenebilmektedir (Çizelge 1). Özellikle jeoit belirleme yöntemlerindeki sorunlara paralel olarak jeoit yüksekliği hatası, GPS'ye göre daha büyük kalmaktadır (Ollikanen, 1997). Kısaca, GPS'den elde edilen ortometrik yüksekliklerin doğruluğundan söz edildiğinde kullanılan jeoidin doğruluğu anlaşılır.

Bu makalede özellikle GPS teknolojisinin kullanımı doğrultusunda, yeryuvarının fiziksel ve elipsoidin geometrik parametreleri arasındaki ilişkiye dayanılarak, uygulamada en çok kullanılan jeoit belirleme yöntemleri tanıtılacak ve güncel doğrulukları açısından bir karşılaştırma yapılacaktır.

## 2. TANIMLAR

### 2.1 Jeoit ve Ortometrik Yükseklikler

Yeryüzündeki bir P noktasına, kitlelerin çekim kuvveti (V) ve merkezkaç kuvvetinin bileşkesi ( $\Phi$ ) etki eder. Bu kuvvetlerin potansiyelleri toplamı ( $W=V+\Phi$ ) yeryuvarının doğal koordinatlarından biri olarak dikkate alınır. Aynı potansiyele sahip noktaların geometrik

yeri bir eşpotansiyel (nivo) yüzeyi oluşturur. Sakin ortalama deniz yüzeyini gösteren ve yeryuvarının ağırlık alanının bir nivo yüzeyi olan jeoit,

$$W(x, y, z) = W_0 = \text{sabit} \quad (2)$$

yükseklikler için anlamlı bir başlangıç yüzeyidir (Heiskanen ve Moritz, 1984). Jeoidi belirleyen en önemli unsur yeryuvarının içindeki kitlelerin yoğunluğudur. Kitle yoğunluğunun değiştiği yerlerde (2) ile tanımlanan yüzeyin eğriliği süresizleşir. Bu nedenle jeoit, matematiksel tanımı çok zor olan bir yüzeydir.

Karalara uygun dağılmış düşey kontrol noktaları yüksekliklerinin belirlenmesinde başlangıç yüzey olarak jeoit nasıl kullanılabilir? Bu problem günümüze kadar ortalama deniz düzeyi değişimlerinin sürekli gözlemlendiği mareograf istasyonları yardımıyla çözülmüştür. Ancak deniz yüzeyi, yeryuvarının ağırlık alanına tam uymaz ve jeoit deniz yüzeyi topoğrafyası olarak görülen sapmalar sergiler. Uzak istasyonlar arasında bu sapmalar büyük değerlere ulaşır (<2 m). Bu sapmaların etkisinden kurtulmak için yükseklik sisteminin tek bir datuma dayanması istenir ve genellikle her ülke, başlangıç olarak sadece bir mareograf istasyonu kullanmıştır. Günümüzde bu anlayış yerini mareograf istasyonlarında deniz yüzeyi topoğrafyasını ve dolayısıyla gerçek jeoit yüksekliklerini belirleyerek çoklu datumum kullanılmasına bırakmıştır.

Yeryüzündeki her noktadan bir eşpotansiyel yüzey geçer; buna bağlı olarak noktaların yüksekliklerinin belirlenmesi için en güvenilir yol potansiyel farkların ( $\Delta W$ ) ölçülmesidir. Yukarıda sözü edilen bir nokta için potansiyel sıfır ( $W_0 = 0$ ) kabul edilirse, nivelman geçkileri boyunca yükseklik farkları  $dH$  ve gravite  $g$  ölçüleri yardımıyla noktaların nivelman yolundan bağımsız potansiyel kotları (sayıları),

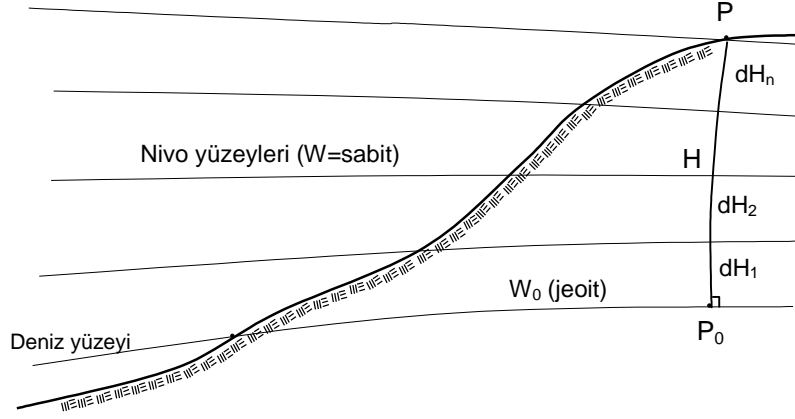
$$C = W_0 - W_P = - \int_{P_0}^P dW = \int_{P_0}^P g dH \quad (3)$$

belirlenebilir (Torge, 1991).

Potansiyel sayılar fiziksel büyüklüklerdir. Belirli bir ağırlık (gravite) değerine bölünerek metrik sistemde kullanılabilen büyüklüklere dönüştürülür. Bu amaçla her ülke kendine uygun bir yükseklik sistemi belirlemek durumundadır. Yaygın olarak kullanılan yükseklikler, ortometrik ve normal (quasijeoid'e göre) yüksekliklerdir. Ortometrik yükseklik  $H$ , bir  $P$  noktasından geçen çekül eğrisinin bu nokta ile jeoit arasında kalan parçasının uzunluğuna eşittir (Şekil 1).  $P_0$  ( $H = 0$ ) ve  $P$  ( $H$ ) noktaları arasındaki çekül eğrisi boyunca ortalama gravite,

$$\bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H g dH \quad (4)$$

olmak üzere,



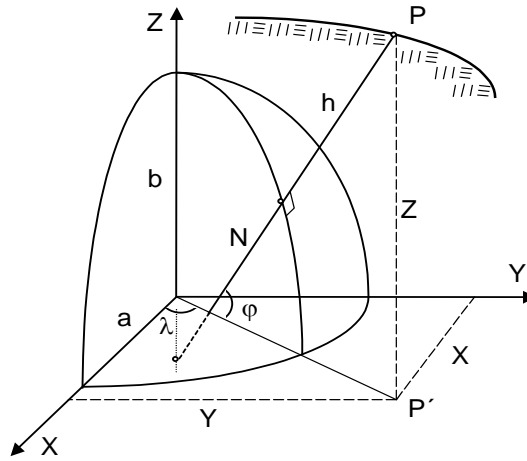
Şekil 1 Ortometrik yükseklik

$$H = \frac{C}{g} \quad (5)$$

eşitliğiyle hesaplanır (Torge, 1991). Çekül eğrisinin kitleler içinde kalan parçası boyunca gravite değerlerinin ölçülmesi olanaksız olduğundan,  $\bar{g}$  ve buna göre H varsayım öngörülmesinin belirlenemez. Birçok bilim adamının kendi adını taşıyan yükseklik sistemlerinin farklılığı, ortalama gravite değeri  $\bar{g}$ 'nin hesabı için öne sürdükleri varsayımdan kaynaklanmaktadır.

## 2.2 Elipsoidal Koordinat Sistemleri ve Elipsoidal Yükseklik

Jeodezide hesaplamaların çoğu dönelel elipsoit geometrisinden yararlanılarak yapılır. Yeryuvarına göre konumu ve boyutları belirlenmiş bir elipsoide bağlı olarak yeryüzü noktalarının konumları, dik koordinatlar (X, Y, Z) ya da coğrafi koordinatlar ( $\varphi$ ,  $\lambda$ , h) ile tanımlanabilir (Şekil 2).



Şekil 2 Elipsoidal koordinatlar

X, Y, Z dik ve  $\varphi$ ,  $\lambda$ , h coğrafi koordinatları arasında

$$X = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda$$

$$Y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \quad (6)$$

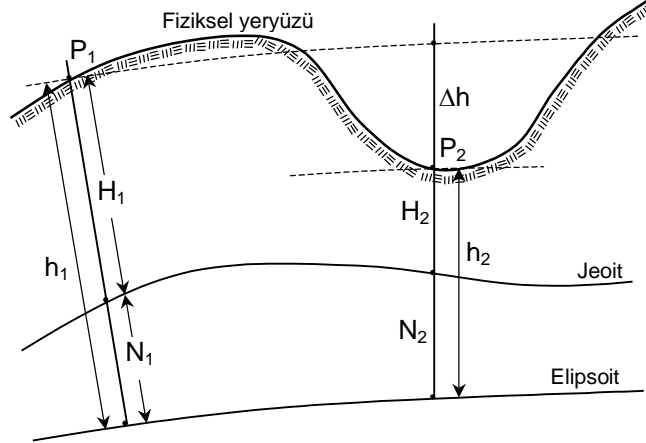
$$Z = \left[ \left( \frac{b^2}{a^2} \right) N + h \right] \sin \varphi$$

ilişkisi vardır (Torge, 1991). Burada N, meridyene dik doğrultudaki normal kesit eğrilik yarıçapı; a, elipsoidin büyük yarıeksen; b, küçük yarıeksenidir.

### 2.3 GPS-Ortometrik Yükseklikleri

Yeryüzündeki bir P noktasının ortometrik yüksekliği, (1) kullanılarak elipsoid ve jeoit yüksekliğinden dönüştürülebilir. Ardışık iki nokta arasındaki ortometrik yükseklik farkı, (1)'e bağlı olarak

$$\Delta H_{12} = \Delta h_{12} - \Delta N_{12} \quad (7)$$



Şekil 3 Jeoit, elipsoid ve ortometrik yükseklik ilişkisi

dir (Şekil 3). Bu yükseklik bilgilerinden ikisi biliniyorsa üçüncüsü (7) eşitliğinden elde edilebilir. Buna göre;

- GPS elipsoidal ve jeoit yükseklikleri, ortometrik yüksekliklerin belirlenmesinde ya da jeoit modeli doğruluğunun analizinde,
- GPS elipsoidal yükseklikleri ve ortometrik yükseklikler, bir jeoit modelinin hesaplanmasında ya da iyileştirilmesinde kullanılabilir.

### 3. JEODİN BELİRLENMESİ

Jeodezinin başlıca görevlerinden biri jeoidin belirlenmesidir. Jeoit, yoğunluğun bir fonksiyonudur ve jeoit belirlemede kullanılan veriler yeryuvarı içindeki kitle yoğunluğunun dağılımını yansıtır. Gravite, bu yoğunluk dağılımını en iyi ifade eden büyüklüktür. Esas olarak yersel gözlemlerin çoğu, yoğunluğun etkisindeki ağırlık alanında gerçekleştirilir (örneğin, jeodezik bir aletin çekül doğrultusuna yönlendirilmesi). Jeoidi modellendirmede temel yaklaşım, elipsoidal normal ağırlık alanı parametreleriyle yeryuvarının ağırlık alanı parametrelerinin karşılaştırılması esasına dayanır. Çizelge 2, jeoit belirlemede kullanılan parametreleri (veri kaynakları) göstermektedir. Bu verilerin değişik kombinasyonlarıyla bölgesel (gravimetrik) ve yerel (geometrik) jeoit belirlemede 1 dm'nin altında doğruluk elde edilebilmektedir (Martinec, 1998).

Çizelge 2 Jeoit belirlemede kullanılan veri türleri ve kaynakları

Veri türleri	Kaynak
Uydu yörünge analizleri	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dinamik</li> <li>• Geometrik</li> </ul>
Küresel harmonik katsayılar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Jeopotansiyel model</li> </ul>
Gravite anomalileri	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Yersel gravite ölçmelerinden (karalar için)</li> <li>• Altimetre verilerinden (denizler için)</li> <li>• Jeopotansiyel model katsayılarından (eksik bölgeler için)</li> </ul>
Topoğrafik yükseklik bilgileri	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sayısal Arazi Modeli (SAM) veya Sayısal Yükseklik Modeli (SYM)</li> </ul>
Topoğrafik kitlelerin yoğunluk değişimi, kabuk-manto sınırında yoğunluk sıçraması (Mohorovicic süreksizliği)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kitle yoğunluk modelleri</li> <li>• Yeryuvarının gravite alanı bilgisine dayalı ters gravimetrik çözüm</li> </ul>
Nokta kitle modeli	<ul style="list-style-type: none"> <li>• GPS/Nivelman jeoit yükseklikleri (<math>N_{GPS/Niv}</math>)</li> <li>• Gravite anomalileri</li> <li>• Global jeopotansiyel model</li> <li>• Sayısal arazi modeli</li> </ul>
Yersel jeodezik ölçmeler	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Astrojeodezik veriler (<math>\Phi, \Lambda, A, \eta, \xi</math>)</li> <li>• Geometrik nivelman</li> <li>• Presizyonlu trigonometrik nivelman</li> </ul>
Uydu konum belirleme teknikleriyle türetilen 3B konum bilgileri ( $\varphi, \lambda, h$ )	<ul style="list-style-type: none"> <li>• SLR</li> <li>• GPS</li> <li>• DOPPLER</li> </ul>

#### 3.1 Bozucu Potansiyel ve Jeoit Yüksekliği

Gerçek potansiyel  $W$ , elipsoidin normal potansiyeli  $U$ 'dan biraz farklıdır. Bu fark,





elde edilir (Heiskanen ve Moritz, 1984; Leick, 1990).

(12) jeoit belirlemede temel denklemlerden biridir. Jeoit yüksekliği  $N$ , (7)'ye göre elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesinde kullanılır. Bunun için jeoidin dışında kitle bulunmadığı varsayılarak yeryüzündeki gravite gözlemleri jeoide indirgenirse jeoit yükseklikleri,

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} S(\psi) \Delta g d\sigma \quad (13)$$

Stokes integraliyle hesaplanabilir (Sjöberg,1994). Burada  $R$ , yeryuvarının ortalama yarıçapı;  $\sigma$ , yüzey elemanı;  $S(\psi)$ , Stokes ağırlık fonksiyonudur. Jeoit yüksekliği hesaplanacak nokta ile  $\Delta g$  değeri kullanılan nokta arasındaki küresel uzaklık  $\psi$ 'ye bağlı olarak,  $S(\psi)$

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} - 6 \sin \frac{\psi}{2} + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln \left( \sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right) \quad (14)$$

dir.

Moledensky benzer bir yaklaşımı, fiziksel yeryüzünün belirlenmesi için önermiştir. Yeryüzü ( $S$ ), gerçek potansiyel ve gravite vektörünün bir fonksiyonudur:

$$S = f(W, \vec{g}) \quad (15)$$

Söz konusu yaklaşımda, (8) ve (9)'a benzer şekilde yeryüzünde bozucu potansiyel ve gravite anomalisi belirlenebilir. Bunun için fiziksel yeryüzüne oldukça yaklaşan tellüroit kullanılır. Bu durumda Bruns eşitliğinden  $P$  noktası ile tellüroit arasındaki  $\zeta$  uzaklık, başka bir deyişle yükseklik anomalisi elde edilir. Moledensky yaklaşımı hakkında daha ayrıntılı bilgi Torge (1991) ve Sjöberg (1994)'ten edinilebilir.

### 3.1.1 Global Jeoit Modelleri

Dinamik uydu jeodezisinde, bir uydu, yeryuvarının çekim alanının etkisi altında bir algılayıcı olarak hareket eder. Normal ağırlık alanında, sadece merkezsiz çekim potansiyelinin ( $V_e = GM/r$ ) etkili olduğu düşünülürse, uydunun hareketi Kepler kanunlarına uyar. Gerçekte, uydunun yörünge hareketini, merkezsiz çekim ve bozucu potansiyel belirler ve bu iki potansiyel toplamı gerçek çekim potansiyelini ( $V$ ) oluşturur.

Bozucu potansiyel,

$$T = V - V_e = \frac{GM}{R} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^n \left( \delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda \right) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (16)$$

küresel harmonik serilere açılabilir. Burada;

GM	yeryuvarının çekim sabiti,
R	jeosentrik uzaklık,
a	kullanılan referans elipsoidinin büyük yarıeksen,
n, m	derece ve sıra,
$\phi, \lambda$	jeosentrik enlem ve jeodezik boylam,
$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$	küresel harmonik katsayı farkları,
$\bar{P}_{nm}(\sin\phi)$	tam normalleştirilmiş Legendre polinomudur.

$n=0$  için elipsoidin kütlesi, yeryuvarının kütlesine (M) eşit;  $n=1$  için koordinat sisteminin merkezi yeryuvarının ağırlık merkezinde kabul edilmiş olur (Jekeli, 1998).

$\bar{C}_{nm}$  ve  $\bar{S}_{nm}$ , gerçek ve normal ağırlık alanları arasındaki farkı gösteren büyüklüklerdir. Bu katsayılar, uydu yörüngelerinin analizinden, yersel gravite anomalilerinden ve önceki jeopotansiyel modellerden hesaplanır. Gravite anomalileri karalarda doğrudan ölçülürken, denizlerde uydu altimetre verilerinden türetilmektedir. Verilerin yeryuvarına düzgün bir sıklıkla dağılmış olması yöntemin global doğruluğunu doğrudan etkiler.

Harmonik katsayılar, geometrik olarak küreden sapma miktarlarını gösterir. (16)'nın derecesi büyüdükçe katsayılar küçülürken, geometrik şeklin yüzey değişkenliği artar. Günümüzde yüksek çözünürlüğe sahip yer potansiyel modelleri hesaplanmıştır. OSU91A ve EGM96 global modellerinin derece ve sırası 360'a kadardır.

Bruns eşitliğine göre jeoit yüksekliği,

$$N = \frac{GM}{R\gamma} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin\phi) \quad (17)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Benzer şekilde  $\Delta g$  gravite anomalileri de küresel harmonik çözümden hesaplanabilir (Rapp, 1994; Torge, 1991):

$$\Delta g = \frac{GM}{R^2} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (n-1) (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin\phi) \quad (18)$$

### 3.1.2 Bölgesel Jeoit Belirleme

Stokes denklemi, jeodin üzerindeki kitlelerin yok varsayılmasını ve yeryuvarının tamamına yayılmış gravite anomalilerinin jeoide indirgenmesini gerektirir. Pratikte bu hiçbir zaman gerçekleşmez. Yeryuvarının tamamını kaplayan yeterli gravite anomalisi yoğunluğu sağlansa bile; integral, sayısal olarak sadece hesap noktasını çevreleyen

küçük bir bölgede değerlendirilebilir. Küçük bir bölge için yüzey düzlem kabul edilebilir. Bu durumda (14) eşitliği sadeleşir:

$$\lim_{\psi \rightarrow 0} S(\psi) \approx \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} \approx \frac{2}{\psi} \approx \frac{2R}{r} \quad (19)$$

Hesap noktasındaki teğet düzlem içinde bulunan koordinat sistemine göre küçük  $\psi$  açısı için,

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = R\psi \quad (20)$$

$$R^2 d\sigma = dx dy \quad (21)$$

yazılabilir. Sonuç olarak (19)-(21) eşitlikleri (13)'te yerlerine konulursa,

$$N = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint \frac{\Delta g}{r} dx dy = \frac{1}{\gamma} \mathbf{S} \Delta g \quad (22)$$

elde edilir (Sideris, 1994; Menz vd., 1998). Burada  $\mathbf{S}$ , Stokes operatörüdür.

Jeoidin belirlenmesinde, integral yerine sonlu yüzey elemanlarının toplamı kullanılır. Bunun için yüzey elemanı gravite anomalilerinin ortalama değerleri grid yapıda gösterilir. Koordinat sisteminin eksenleri grid yapısına uygundur. Ortalama değerler, gerçek gravite anomalilerinin enterpolasyonu ile bulunur (Torge, 1991).

### 3.1.2.1 Bütünleşik Yöntemlerle Bölgesel Jeoit Belirleme

Jeoit yüksekliği, çekül sapması gibi ağırlık alanı fonksiyonları, jeopotansiyel modellerle gösterildiğinde kullanılan veri türlerine göre farklı frekans grupları oluşur. Veriler bu modele değişik derecelerde katkı sağlar. Genel olarak ölçü türlerinin katkısı, uzun, orta ve kısa dalga boylu olmak üzere üç grupta değerlendirilir. Jeoit yükseklikleri ve gravite anomalileri, üç kaynaktan elde edilen verilerin toplamı biçiminde

$$N = N_{GM} + N_{\Delta g} + N_H \quad (23)$$

$$\Delta g_{FA} = \Delta g_{GM} + \Delta g + \Delta g_H \quad (24)$$

yazılabilir. Bu eşitliklerde geçen büyüklükler indislerine göre GM jeopotansiyel model;  $\Delta g$ , artık gravite anomalisi ve H, topoğrafik yükseklik katkısını gösterir. 100 km'lik bir kesit için bu katkılar Şekil 5'de gösterilmiştir. Jeoit yüksekliğine jeopotansiyel model (GM) metre, artık gravite anomalileri ( $\Delta g$ ) desimetre, topoğrafya ise santimetre düzeyinde katkı sağlar (Schwarz, 1987).

Ağırlık alanı için referans alanını oluşturan bir jeopotansiyel model kullanılarak  $\Delta g_{GM}$ , (18)'den hesaplanabilir. Son zamanlarda geliştirilen yüksek dereceli jeopotansiyel modellerle, bölgesel jeoidin doğruluğu artırılmıştır. Çözünürlüğü yeterli görülmeyen modeller, bölgesel gravite anomalileri ve topoğrafik yükseklik bilgileriyle iyileştirilebilir.

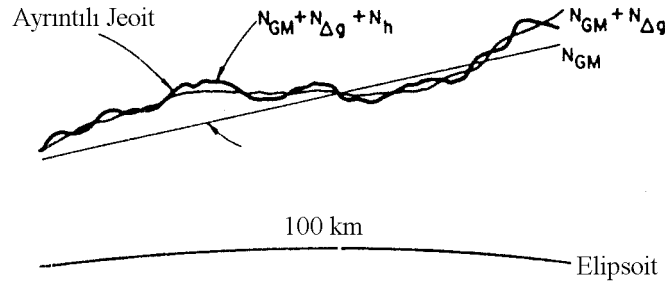
Bütünleşik yöntemin en önemli kısmını jeoidin artık anomalilerden hesaplanması oluşturur. Artık (yumuşatılmış) gravite anomalileri (24)'ten

$$\Delta g = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM} - \Delta g_H \quad (25)$$

eşitliğiyle hesaplanabilir. Bunun için referans jeopotansiyel modelden hesaplanan dış kuşak etkisi serbest hava anomalilerinden çıkartılır. Topoğrafik yüksekliklerin etkisi, gravite anomalilerinin indirgenmesi sırasında, artık arazi modeli (RTM) ile hesaba katılır. Literatürde, seçenek olarak isostatik indirgemelerden de söz edilmesine karşın, bölgesel bir yöntem için artık arazi modeli indirgemesinin daha uygun sonuçlar verdiği görülmüştür (Forsberg ve Kearsley, 1990; Demirkol, 1999). Bu yumuşatılmış anomali değerleri Stokes denkleminde kullanılırsa,  $N_{\Delta g}$ 'ye karşılık gelen jeoit yükseklikleri, belirli bir bölgede ( $\psi < \psi_{max}$ ) hesaplanmış olur. Hesap bölgesi için maksimum genişlik, kullanılan referans alanın çözünürlüğüne göre seçilir. Jeoidin doğruluğunu doğrudan etkileyen sınır genişliğinin uygun seçimi önemlidir.

Jeoit yüksekliklerinin ( $N_{\Delta g}$ ) kestiriminde, Stokes denklemi, kollokasyon ya da hızlı Fourier dönüşümü (FFT) tekniği kullanılır. En etkin yöntemlerden biri olan FFT tekniği, grid noktalarına dayanan (22)'yi kullanır ve jeoit yüksekliği tüm grid noktalarında eş zamanlı olarak hesaplanır. Hesap yükü ve yapılan işlemler değerlendirildiğinde bölgesel jeoit belirleme,  $N_{\Delta g}$  büyüklüklerini belirlemeye özdeş kabul edilebilir (Ayhan, 1992).

Kitlelerin ötelenmesinden kaynaklanan ağırlık potansiyeli değişimi, gravite indirgemesine



Şekil 5 Farklı veri türlerinin jeoit yükseklikleri içindeki payları (Schwarz vd., 1987)

dolaylı etki yapar. Kitlelerdeki değişim, potansiyeli  $W_0$  olan jeoidi kojeoide dönüştürür. Bu nedenle etkinin jeoit yüksekliği içindeki payı  $N_H$ , topoğrafik yapıyı simgeleyen sayısal yükseklik modeli kullanılarak hesaplanır.

Genel olarak tüm hesaplamalar, ön ve son işlem grupları biçiminde değerlendirilebilir. Ön işlemlerde artık arazi modeli indirilmesi ve GM katkısı serbest hava anomalilerinden çıkarılır. Son işlemlerde ise bağımsız olarak hesaplanan  $N_{GM}$ ,  $N_{Ag}$  ve  $N_H$  (23) ile bir araya toplanır. Bu işlem bütününe literatürde Remove-Restore (Kaldır-Koy) tekniği adı verilmektedir. Sideris (1994)'e göre, bu yöntem ile jeoit yüksekliği doğruluğunu arttırmak için;

1. Kullanılan jeopotansiyel modelin düşük dereceden harmonikleri anlamlı ölçüde geliştirilmelidir.
2. Gravite ölçüleri ortalama 3 km'lik bir yoğunlukla sıklaştırılmalıdır.
3. Sayısal yükseklik modelinin çözünürlüğü  $\leq 1$  km olmalıdır.

Bütünleşik yöntemle dayalı gravimetrik jeoit belirlemede topoğrafik kitleler, gravite anomalilerinin indirgenmesinde önemli bir bilgi kaynağıdır. Bundan başka topoğrafik yapının jeolojik özelliği, jeoit yükseklikleri için belirli bir miktar düzeltmeyi gerektirebilir. Gravite anomalilerinin indirgenmesi genellikle ortalama bir kitle yoğunluk değerine ( $\rho = 2.67 \text{ g/cm}^{-3}$ ) göre yapılır. Ancak bu değer dağlık bölgelerde (örneğin, Kuzey Amerika'da Rocky dağları, İsviçre'de Alpler) veya geniş su havzalarında (göller ya da büyük barajlar) sapma gösterir. Jeoidin belirleneceği bölgede jeolojik yapı göz önüne alınarak yoğunluk dağılımı, kabuk manto sınırında yoğunluk sıçraması ve bu sınırın (Moho) derinliği gibi parametreler, bir model öngörülerek ölçülen gravite anomalileri yardımıyla kestirilirse olası varsayım hataları önlenir. Model ve yer kabuğuna ilişkin parametre kestirimi hakkında daha detaylı bilgi Martinec (1998) ve Marti (1999) tarafından verilmiştir.

### 3.1.3 Spektral Analize Dayalı Yeni Bir Yöntem: Nokta Kitle Modeli

Bu yöntemde yeryüzünün gravite alanına nokta kitle modelleriyle yaklaşılmaya çalışılır. Serbest hava gravite anomalileri ( $\Delta g_{FA}$ ) ve GPS/Nivelman jeoit yükseklikleri ( $N_{GPS/Niv}$ ) bilinen bir bölgede kuramsal olarak sabit bir derinliğe yerleştirilmiş nokta kitleler yöntemin esasını oluşturur. Problem  $\Delta g_{FA}$  ve  $N_{GPS/Niv}$  bilgisinden yararlanılarak grid yapıdaki nokta kitle büyüklüklerini dengeleme ile kestirmektir. Jeopotansiyel modelin uzun dalga boyulu ve topoğrafyanın kısa dalgaboyulu etkilerinden arındırılmış  $\Delta g$  ve  $N_{Ag}$

$$\Delta g = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM} - \Delta g_H \quad , \quad N_{Ag} = N_{GPS/Niv} - N_{GM} - N_H \quad (26)$$

dengelemeye ölçü olarak sokulur. Ölçüler ve bilinmeyenler arasındaki ilişki

$$\Delta g = G \sum_{i=1}^n \frac{m_i (H - H')}{d_i^3} \quad , \quad N_{Ag} = \frac{G}{\gamma} \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{d_i} \quad (27)$$

eşitlikleriyle verilir (Ihde vd., 1998). Burada,  $d$  ( $d = R\sqrt{2(1 - \cos\psi)}$ ) ölçü noktası ve nokta kitle arasındaki uzaklık;  $m$  nokta kitlenin büyüklüğüdür.

Nokta kitle modeli spektrumun kısa, orta ve uzun dalga boylu özelliklerine uygun olarak hiyerarşik bir yapıda oluşturulur. Modelin grid aralığı ve derinliği deneysel olup, Ihde vd. (1998) tarafından kullanılan model Çizelge 3'te verilmektedir.

Çizelge 3 Frekans alanına bağlı olarak oluşturulan nokta kitle modeli

Frekans alanı	Grid aralığı	Derinlik
Kısa dalga boylu (Gravite anomalileri)	$0^\circ.1 \times 0^\circ.15$	10 km
Orta dalga boylu (Yükseklik anomalileri)	$0^\circ.2 \times 0^\circ.30$	30 km
Uzun dalga boylu	$\sim 4^\circ \times 6^\circ$	200 km

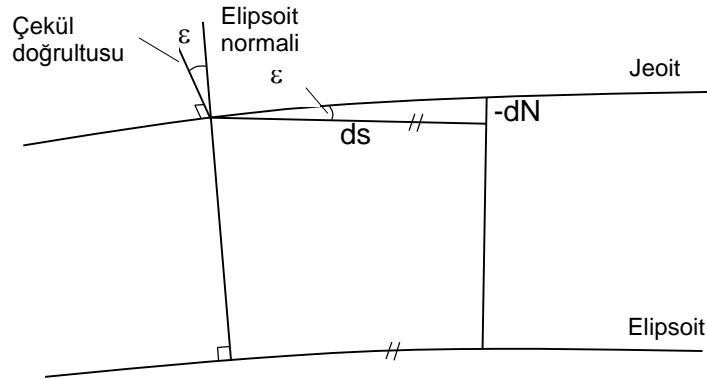
### 3.1.4 Astrojeodezik Yöntem

Yeryüzündeki bir noktanın doğal koordinatları ( $\Phi$ ,  $\Lambda$ ) astronomik gözlemler yardımıyla belirlenebilir. Bu koordinatlar bir referans elipsoidinin jeodezik koordinatlarıyla ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ) karşılaştırılırsa, çekül sapması bileşenleri elde edilir:

$$\begin{aligned}\xi &= \Phi - \varphi \\ \eta &= (\Lambda - \lambda)\cos\varphi\end{aligned}\quad (28)$$

Eşitliklerde  $\xi$ , kuzey-güney;  $\eta$ , doğu batı yönündeki çekül sapması bileşenleridir.  $\alpha$  azimutu doğrultusundaki çekül sapması  $\varepsilon$

$$\varepsilon = \xi\cos\alpha + \eta\sin\alpha\quad (29)$$



Şekil 6 Jeoitte diferansiyel değişim

ile belirlenir (Torge, 1991).

Çekül sapmasının jeoit yüzeyindeki etkisi Şekil 6'da görülmektedir. Diferansiyel anlamda jeoit yüksekliği değişimi,

$$dN = \varepsilon ds \quad (30)$$

dir. Bu eşitliğin bir baz boyunca integrali,

$$N_2 - N_1 = - \int_1^2 \varepsilon ds \quad (31)$$

yükseklik farkını verir. Bu bağıntı aynı zamanda astronomik nivelmanın temelini oluşturur.

Jeodezik uygulamalarda yeryüzünde elde edilen veriler genellikle jeoide indirgenir. Bir yeryüzü noktasına ilişkin çekül sapması, çekül eğrisinin özelliği nedeniyle jeoit yüzeyindeki çekül sapması değerinden farklıdır. (28) ve (29) eşitliklerinden jeoitteki çekül sapması büyüklüklerini hesaplamak için astronomik koordinatların jeoide indirgenmiş değerleri ( $\Phi_0$ ,  $\Lambda_0$ ) kullanılmalıdır.

Her iki ucunda çekül sapması belirlenmiş bir baz boyunca jeoit yüksekliği farkı,

$$N_2 - N_1 = - \frac{\varepsilon_{10} + \varepsilon_{20}}{2} s \quad (32)$$

eşitliğiyle hesaplanabilir (Heiskanen ve Moritz, 1984).

(32) ile belirlenen jeoit yükseklik farkları, nivelman lularına benzer şekilde dengelenir. Ölçü noktaları dışındaki jeoit yüksekliklerinin belirlenebilmesi için jeoidin n. dereceden uygun bir yüzey modeliyle tanımlanması gerekir. Geometrik yüzey belirleme problemi bölüm 3.1.5'te açıklanmaktadır.

Klasik gözlemlere dayalı astrojeodezik jeoitlerde doğruluk düşüktür. Tekrarlı gözlem sonuçlarından elde edilen jeoit yüksekliği farkları 0.1-0.3 m arasında değişir (Torge, 1991). Refraksiyon sonuca etkisi büyüktür. Ayrıca noktaların çoğunlukla dağlık alanlarda ve dolayısıyla yetersiz bir sıklıkta oluşu gibi etkenler klasik astrojeodezik jeoidin doğruluğunu azaltır.

Günümüzde taşınabilir zenit kameraları ve CCD kameraları yardımıyla enlem ve boylam ölçülebilmektedir. Jeoit yüksekliğinin santimetre doğruluğunda olması için çekül sapması 0".3 yay saniyesinin altında bir doğruluk ile belirlenmelidir. Kullanılan yıldız kataloglarına bağlı olarak CCD kameralarıyla enlem ve boylam belirleme doğruluğu ortalama 0".1 dir

(Fosu vd., 2000). Elde edilen büyüklüklerin GPS'den elde edilen jeodezik koordinatlarla kombinasyonu astrojeodezik jeoit doğruluğu açısından tatmin edici sonuçlar verir.

### 3.1.5 GPS/Nivelman Yöntemiyle (Geometrik) Jeoit Belirleme

Önceki bölümlerde açıklanan jeoit belirleme yöntemlerinde, yeryuvarının çekim alanına ilişkin parametrelerden yararlanılmıştır. Topoğrafik yapının düzensizlik gösterdiği bölgeler dışında, analitik bir yüzey modeliyle yerel jeoit belirlenebilir. Yüzey polinomu, en küçük kareler kollasyonu ve sonlu elemanlar başta olmak üzere değişik yöntemler kullanılarak jeoit yüksekliklerinin enterpolasyonu yapılabilir. Burada sadece polinom yüzeyi ve parametre kestirimi ele alınacaktır.

Geometrik yüzeyin belirlenmesinde GPS elipsoidal ve ortometrik yükseklikleri bilinen araziye düzgün dağılmış noktalar kullanılır. Buna göre jeoit,

$$N(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{j=k-i}^k a_{ij} x^i y^j \quad (33)$$

yüzey polinomuyla gösterilebilir. Burada; x, y herhangi bir projeksiyon sistemi (örneğin UTM) için geçerli koordinatları;  $N(x, y)$ , (1)'den hesaplanan jeoit yükseklikleri;  $a_{ij}$  yüzey denkleminin katsayılarıdır.

(33)'e göre oluşturulan gözlem denklemlerine en küçük kareler ilkesi uygulanarak bilinmeyen parametreler  $a_{ij}$  ve dengeli yüzey kestirilebilir. Söz konusu yüzey polinomunun derecesi, birinci dereceden başlamak üzere dengeleme sonuçlarının istatistiksel analiziyle saptanabilir. Polinomun derecesi artırıldıkça sonsal varyans küçülür. Sonsal varyansın büyümeye başladığı polinom derecesinin bir eksiği en uygun derece kabul edilir. Polinom derecesinin çok yüksek olması, bilinmeyen sayısının artması yanında yüzeyin de duyarsızlaşmasına neden olabilir.

Normal dağılımlı olduğu varsayılan ölçülerle kestirilen parametreler test edilmelidir. Uygulanabilir temel istatistiksel testler; model, kestirilen parametreler için anlamlılık ve uyumsuz ölçü testleridir.

#### *Model Testi*

Jeoit yükseklikleri  $N_i(x, y)$ , ölçü (normal dağılımlı rastlantısal değişken);  $\hat{\sigma}_0^2$ , n sayıdaki ölçünün dengelenmesi sonucunda elde edilen birim ağırlıklı ölçünün varyansı (sonsal varyans) olsun.

Model testi,  $\hat{\sigma}_0^2$  sonsal varyansının dengeleme öncesinde kestirilen önsel varyans  $\sigma_0^2$  ile karşılaştırılmasına dayanır ve sıfır hipotezi

$$H_0: \hat{\sigma}_0^2 > \sigma_0^2 \text{ ya da } \hat{\sigma}_0^2 < \sigma_0^2 \text{ (tek yanlı)}$$

biçiminde öngörülür.  $\chi^2$  dağılımlı



$$T = \frac{(n-u)\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \sim \chi_f^2 \quad (34)$$

test büyüklüğü oluşturulur. Burada  $u$ , bilinmeyen parametre sayısıdır.  $T$  test büyüklüğü ile anlamlılık düzeyi  $\alpha$  ve serbestlik derecesi (fazla ölçü sayısı)  $f = n - u$ 'ya bağlı  $\chi_{f,1-\alpha}^2$  sınır değeri arasında

$$T < \chi_{f,1-\alpha}^2 \quad (35)$$

eşitsizliği geçerli ise hipotez kabul edilir ve yüzey modelinin uygun olduğuna; model hatası olmadığına karar verilir. Aksi durumda öngörülen hipotez reddedilir. Bu kurulan matematiksel modelin hatalı olduğu anlamına gelir. Hata, ölçüler ile bilinmeyenler arasındaki ilişkiyi tanımlayan fonksiyonel model ve/veya ölçülerin varyans kovaryanslarını tanımlayan stokastik model eksikliğinden kaynaklanabilir. Model hataları, parametreler için anlamlılık testi ve uyumsuz ölçü testi yapılarak araştırılır.

#### *Parametreler için Anlamlılık Testi*

Kestirilen bir parametre  $\hat{x}_i$  ve standart sapması  $\sigma_{\hat{x}_i}$  olsun. Parametrenin beklenen değerinin sıfır kabul edilip edilmeyeceğine karar vermek için

$$H_0: E(\hat{x}_i) = 0$$

sıfır hipotezi oluşturulur. Bu hipotez

$$H_s: E(\hat{x}_i) \neq 0$$

seçenek hipotezi karşısında test edilir.  $|\hat{x}_i|/\sigma_{\hat{x}_i}$  test büyüklüğü  $t$  dağılımlıdır. Test büyüklüğü,  $t$  dağılımının serbestlik derecesi ve  $\alpha$  anlamlılık düzeyine bağlı  $t_{f,1-\alpha/2}$  güven sınır değerinden küçük çıkarsa;

$$\frac{|\hat{x}_i|}{\sigma_{\hat{x}_i}} < t_{f,1-\alpha/2} \quad (36)$$

sıfır hipotezi kabul edilir; ilgili terim polinomdan silinir. Seçenek hipotezinin geçerli olması durumunda ise kestirim değerinin anlamlı olduğu kararına varılır.

*Düzeltilmelerin Test Edilmesi*

$\alpha$  test düzeyi için bir  $\ell_i$  ölçüsünün  $v_i$  düzeltmesi

$$\frac{|\hat{v}_i|}{\sigma_{v_i}} > t_{f,1-\alpha/2} \quad (37)$$

eşitsizliğini sağlıyorsa, bu ölçü seçilen yüzey polinomu ile uyumsuz kabul edilir ve ölçü kümesinden çıkarılır. Burada;

$\hat{v}_i$  i. ölçünün düzeltmesi,

$\sigma_{v_i} = \sigma_0 \sqrt{Q_{v_i}}$  düzeltmenin standart sapmasıdır (Koch, 1999).

#### 4. SONUÇ ve DEĞERLENDİRMELER

Bu çalışmada GPS elipsoidal yüksekliklerinin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi ve jeoit belirleme teknikleri üzerinde durulmuştur.

GPS'den elde edilen ortometrik yüksekliklerinin doğruluğunu (1)'e bağlı olarak GPS elipsoidal yükseklikleri ve kullanılan jeoit modeli belirler. Her iki bileşen çok sayıda hata kaynağından olumsuz etkilenir.

Uygun ölçme ve değerlendirme yöntemleri kullanılırsa elipsoidal yükseklikler, (1)'den hesaplanacak ortometrik yüksekliklerini olumsuz etkilemeyecek doğrulukta ölçülebilir. Ancak bazı ayrıntılar göz ardı edilmemelidir. GPS elipsoidal yükseklikleri, yatay bileşene göre daha düşük doğruluğa sahiptir. Buna atmosfer, uydu geometrisine bağlı olarak düşey duyarlık kaybı (VDOP), antene farklı ortamlardan yansarak gelen sinyaller (multipath), anten faz merkezi kayıklığı, anten yüksekliğinin ölçülmesi sırasında yapılan hatalar ve tam sayı belirsizliği (integer ambiguity) çözümündeki algoritma hataları neden olur. Burada en ciddi sorun atmosferde yaşanmaktadır. Çift frekanslı alıcılarda iyonosferin sinyal üzerindeki olumsuz etkisi (saçıcılık) tümüyle yok edilirken, troposfer etkisi modelleme teknikleriyle azaltılmaya çalışılır. Bunun dışında yansarak gelen sinyal etkilerinden sakınmak için noktalar uygun yerlerde seçilmelidir. Ayrıca anten yüksekliği ölçme hatası sonucu etkileyebilecek önemli nedenlerden biridir. Gerekli özen gösterildiğinde son iki hata etkisiz hale getirilebilir.

GPS nivelmanına yönelik jeoit belirleme tekniklerinde gravimetrik ve geometrik yöntem uygulamada ağırlık kazanmıştır. Gravimetrik yöntem, bölgesel jeoidin belirlenmesinde giderek daha iyi sonuçlar vermektedir. Bunda gravite spektrumunu farklı dalga boylarıyla temsil eden çok sayıda heterojen verinin kullanılması önemli bir nedendir. Belirli bir bölge ya da ülke için geçerli ve kalıcı bir çözümdür. Ancak hesaplanan modelin sistematik bir hata içermesi başka bir deyişle kayık (bias) veya belirli bir yönde eğik (tilt) olması olasılığı vardır. Sistematik hatalar, GPS elipsoidal ve mevcut ortometrik yükseklikleri karşılaştırmasıyla denetlenebilir ve gerekli düzeltme getirilebilir.

Elde edilen sonuçlar açısından birkaç örnek vermek gerekirse, gravimetrik, astrojeodezik, kitle yoğunluk modeli gibi heterojen verilerin kullanıldığı İsviçre jeoidinin doğruluğu  $\pm 2$  cm dir (Marti, 1999). Tümüyle gravimetrik veriye dayanan ABD GEOID96

jeoidi  $\pm 5.5$  cm (GEOID99'da 4.6 cm) (Smith ve Milbert, 1999); Avrupa Gravimetrik Quasijeoidi EGG97  $\pm 1-5$  cm/10...100 km (Denker ve Torge, 1998) doğruluğa sahiptir. Ihde vd. (1998) Almanya için nokta kitle yöntemini kullanarak ortometrik yükseklik belirleme doğruluğunu  $\pm 1-2$  cm/100 km elde etmiştir.

Enlem-boylam belirlemeleri taşınabilir zenit kameraları ve CCD kameralar yardımıyla yapılabilmektedir. Hesaplanan çekül sapmaları İsviçre örneğinde olduğu gibi diğer verilerle birlikte kullanılabilir ya da astrojeodezik yöntemle dayalı jeoit belirlenebilir. Sadece astrojeodezik çekül sapmaları kullanılarak İsviçre için belirlenen jeoit doğruluğu  $\pm 5$  cm dir (Marti, 1999).

Yerel çalışmalarda jeoit basit bir geometrik yüzey yardımıyla gösterilebilir. Söz konusu yüzeyin gerçeğe uygunluğu dayanak noktaların sayısına, araziye dağılımına, ortometrik ve GPS elipsoidal yüksekliklerinin doğruluğuna bağlıdır. Bölgesel jeoit modellerinin aksine uygulaması oldukça basittir. Featherstone vd. (1998) alan genişliği  $25 \times 40$ ,  $50 \times 50$  ve  $50 \times 60$  km olmak üzere Avustralya'nın üç değişik bölgesinde doğrusal enterpolasyonla GPS-ortometrik yükseklik doğruluğunu  $\pm 5.2$ ,  $20.9$  ve  $8.9$  cm elde etmiştir. Bu çalışmada gravimetrik ve geometrik jeoit kombinasyonu da kullanılmış ve sonuçlarda  $\pm 4.7$ ,  $1.1$  ve  $1.0$  cm'lik bir iyileşme gözlenmiştir. Ankara GPS test alanında ( $25 \times 50$  km) yapılan çalışmada ikinci dereceden polinom yüzeyi ile ortometrik yükseklikler için yaklaşık  $\pm 2.5$  cm doğruluk elde edilmiştir (Yanar, 1999).

Sonuçlar incelendiğinde GPS yardımıyla ortometrik yüksekliklerin elde edilmesinde heterojen verilere dayalı bölgesel jeoit modelleri kalıcı bir çözümdür. Gravite spektrumunu farklı dalga boylarıyla temsil eden verilerin kullanılması daha gerçekçi bir yaklaşımdır. Ayrıca çalışma bölgesinin genişliği ve istenen doğruluk göz önüne alınarak pratik amaca dönük GPS/Nivelman (geometrik) jeoidi de belirlenebilir.

## KAYNAKLAR

- Ayhan, E., (1992), Türkiye Jeoidi-1991 (TG-91), Harita Dergisi, Sayı.108, 1-15
- Bock, Y., (1998), Reference Systems, GPS for Geodesy, 2<sup>nd</sup> Edition, P.J.G. Teunissen, A. Kleusberg (Eds), Springer, 1-41.
- Demirel, H., (1984), Yükseklik Sistemleri ve Nivelman Sonuçlarının İndirgenmesi, İDMMA, 112s., İstanbul, (yayımlanmamış).
- Demirkol, Ö., (1999), Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı Datum Probleminin Çözümüne Yönelik Kara ve Deniz Gravite Ölçülerine Dayalı Jeoit Belirleme, Doktora Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, s.232.
- Denker, H. ve Torge, W., (1998), The European Gravimetric Quasigeoid EGG97- an IAG Supported Continental Enterprise, Geodesy on the Move, IAG Symposia 119, Rio de Janeiro, September 3-9, 1997, Eds: Forsberg vd., Springer, 249-254.
- Denker, H., Torge, W. ve Wenzel G. (2000), Investigation of Different Methods for the Combination of Gravity and GPS/Levelling Data, Geodesy Beyond 2000, IAG Symposia 121, Birmingham, July, 19-30, 1999, Ed: K.P. Schwarz, Springer, 137-142.
- Dinter, G., Illner, M. ve Jager, R., (1996), A Synergetic Approach for the transformation of ellipsoidal heights into a standart height reference system (HRS), Concept and Status

of the European Vertical GPS Reference Network (EUVN), Report on the Symposium of the IAG Subcommittee for the European Reference Frame (EUREF), 22-25 May 1996, Ed. Erich Gubler, 198-217.

Featherstone, W.E., Dentith, M.C. ve Kirby, J.F., (1998), Strategies for The Accurate Determination of Orthometric Heights from GPS, Survey Review, 34, 267, 278-296.

Forsberg, R. ve Kearsley, A.H.W., (1990), Precise Gravimetric Geoid Computations Over Large Regions, Developments in The Four-Dimensional Geodesy, F.K. Brunner, C. Rizos (Eds), Lecture Notes in Earth Sciences, Springer Verlag, 65-83.

Fosu, C., Eissfeller, B. ve Hein, G.W., (2000), Combining GPS and CCD to Modernise Astronomical Levelling, Toward an Integrated Global Geodetic Observing System (IGGOS), IAG Section II Symposium, Munich, October 5-9, 1998, Eds. Rummel vd., Springer, 165-168.

Heiskanen, W., ve Moritz, H., (1984), Fiziksel Jeodezi, (Ç: Onur GÜRKAN), Karadeniz Üniversitesi Basımevi, Trabzon.

Henning, W.E., Carlson, E.E. ve Zilkoski, D.B., (1998), Baltimore County, Maryland, NAVD 88, GPS-derived Orthometric Height Project, Surveying and Land Information Systems, Vol.58, No.2, 97-113.

Hipkin, R.G., (1994), How Close are we to a Centimetric Geoid?, IAG Syposia 113, Gravity and Geoid, Springer, 529-538.

Ihde J., Schlueter, W., Gurtner, W., Woeppelmann, G., Harsson, B.G. ve Adam, J., (1996), Concept and Status of the European Vertical GPS Reference Network (EUVN), Report on the Symposium of the IAG Subcommittee for the European Reference Frame (EUREF), 22-25 May 1996, Ed. Erich Gubler, 218-224.

Ihde, J., Schirmer, U., Stefani, F. ve Töppe, F., (1998) Geoid Modelling with Point Masses, Proceedings Second Continental Workshop on the Geoid in Europe, 199-204.

Jekeli, C., (1998), Physical Geodesy A Short Course, Lecture Notes, The Ohio State University.

Koch, K.R., (1999), Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models, Second Edition, Springer, s.333.

Leick, A., (1990), GPS Satellite Surveying, John Wiley & Sons, s.352.

Lu, Y., Wang, Y. ve Groten, E., (1999), The Regional Geopotential Model to Degree and Order 720 in the Mediterranean Sea, AVN 2/1999, 53-56.

Marti, U., (1999), CHGEO – The New Geoid for Switzerland, The Magazine of Leica Geosystem, 43.

Martinec, Z., (1998), Boundary-Value Problems for Gravimetric Determination of a Precise Geoid, Lecture Notes in Earth Sciences, Springer, s.223.

Menz, J. ve Bian, F., Freiberg, (1998), The Local Geoid Determination by Stokes Formula in an Engineering and Mining Scale, AVN 2/1998, 69-72.

NIMA, (1997), Department of Defense World Geodetic System 1984, Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems, National Imagery and Mapping Agency

Ollikainen, M., (1997), Determination of Orthometric Heights Using GPS Levelling, Publications of The Finnish Geodetic Institute, No.123, Kirkkonummi.

Poutanen, M. ve Kakkuri, J. (2000), The Sea Surface of the Baltic – A Result from the Baltic Sea Level Project (IAG SSC 8.1), Geodesy Beyond 2000, IAG Symposia 121, Birmingham, July, 19-30, 1999, Ed: K.P. Schwarz, Springer, 289-294.

Rapp, H.R., (1994), Global Geoid Determination, Regional Geoid Determination, Geoid and its Geophysical Interpretations, P. Vanicek, N.T. Christou (Eds), CRC Press, 57-76.

Schwarz, K.P., Sideris, M.G. ve Forsberg, R., (1987), Orthometric Heights without Leveling, Journal of Surveying Engineering, Vol.113, No.2, 28-40.

Sideris, M.G., (1994), Regional Geoid Determination, Geoid and its Geophysical Interpretations, P. Vanicek ve N.T. Christou (Eds), CRC Press, 77-94.

Sjöberg, L.S., (1994), Geoid Determination Techniques, Geoid and its Geophysical Interpretations, P. Vanicek ve N.T. Christou (Eds), CRC Press, 33-56.

Smith, D.A. ve Milbert, D.G., (1999) The GEOID96 High Resolution Geoid Height Model for the United States, Journal of Geodesy, 73, 219-236.

Strykowski, G, (1998), Geoid and Mass Density – Why and How?, Geodesy on the Move, IAG Symposia 119, Rio de Janeiro, September 3-9, 1997, Eds: Forsberg vd., Springer, 249-254.

Torge, W., (1991), Geodesy, 2<sup>nd</sup> Edition, Walter de Gruyter, Berlin New York, s.264.

Yanar, R., (1999), Yeni Teknolojiler Işığında Jeodezik Yükseklik Sistemleri Üzerine Bir Araştırma, Doktora Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.